

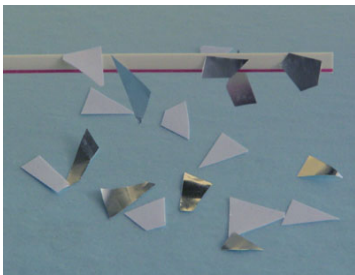
8. ელექტრობის კანონები - ელექტროსტატიკა

ნახატ 4.1-ზე მოყვანილი სისტემა, რომელიც მოიცავს ელექტრული და ელექტრონული ინჟინერიის “სივრცეს” იწყება მეცნიერებით, ანუ იმ ფუნდამენტალურ კანონზომიერებათა ერთობლიობით, რომელმის აღმოჩენილი იყო სამეცნიერო კვლევის შედეგად და საფუძვლად უდევს დარგს.

8.1 კულონის კანონი

ყველაფერი დაიწყო ე.წ. **ელექტროსტატიკის** მოვლენების და მისი კანონების აღმოჩენით. ეს მოვლენა უკვე ძველ საბერძნეთში, ჩვენს წელთაღრიცხვამდე იყო ცნობილი. დაკვირვება ცხადყოფდა, რომ სხვადასხვა საგნების ხეხვის შედეგად ჩნდება უცნაური ძალა, რომელის ზემოქმედებით მსუბუქი სხეულები ან მიიზიდებიან, ანდა განიზიდებიან ერთმანეთისაგან. ამ მოვლენას ხშირად ვხვდებით ყოველდღიურ საქმიანობაში, მაგალითად, როდესაც ვივარცხნით ახლადდდაბანილ თმას, ან ტანსაცმელი, განსაკუთრებით თუ ხელოვნური ბოჭკოსაგან არის მოქსოვილი, ეკრობა ტანს, ან იზიდავს ქაღალდს, თმას და სხვა მსუბუქ საგნებს.

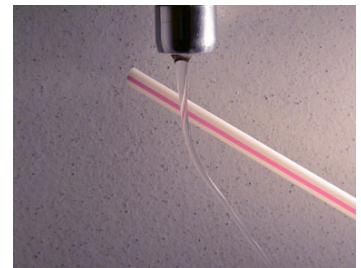
თანამედროვე ელექტროსტატიკა დაიწყო მაშინ, როდესაც გავიაზრეთ, რომ ბუნებაში არსებობს ორი სახის **მუხტი** – დადებითი და უარყოფითი, და აღნიშნული მიზიდვა და განიზიდვა განპირობებულია ამ მუხტების არსებობით და ურთიერთქმედებით. თუმცა მოვლენა დიდი ხანია ცნობილი იყო, მისი კვლევა მხოლოდ მეთორამეტე საუკუნეში დაიწყო.



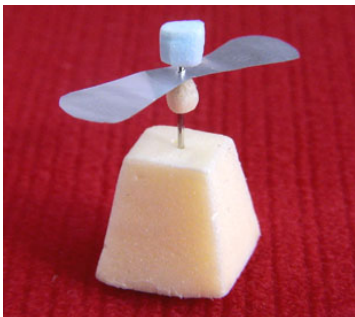
8.1.1



8.1.2



8.1.3



8.1.4



8.1.5



8.1.6

თუ შეიარაღდებით მარტივი ინსტრუმენტებით, შეგიძლიათ გაიმეოროთ მრავალი მარტივი ცდა, რომელიც ბუნების ამ მოვლენას გამოაჩენს. კოკტილის პლასტიკური ჩხირი და ქაღალდის ხელსახოცი უკვე საკმარისია ჩხირის ხახუნით **დასამუხტად**. დამუხტული ჩხირი ადვილად იზიდავს ქაღალდს და წყლის წვრილ ჭავლს (ნახატი 8.1.1, 8.1.2 და 8.1.3). ალუმინის ფოლგის გამოყენებით შეგიძლიათ სხვა ექსპერიმენტებიც ჩაატაროთ (ნახატი 8.1.4-6). პროპელერი მობრუნდება დამუხტული ჩხირისაკენ, ხოლო სპილენძის მავთულზე დამაგრებული **ელექტრომეტრის** ფოლგის “ფრთები” გაიშლება. შეგიძლიათ დაამატოთ მუხტი და უფრო გაშალოთ ფრთები.

თუ ელექტრომეტრს თითოთ შეეხებით, მუხტი თქვენზე გადმოვა და ფრთები დაიკეცება.

ფრანგმა მეცნიერმა შარლ კულონმა მსგავს ექსპერიმენტებში მომქმედი ძალები გაზომა და დაადგინა ფუნდამენტური კანონი, რომელიც მის სახელს ატარებს:

ელექტრულად დამუხტულ სხეულებს შორის ურთიერთქმედების ძალა მუხტების პროპორციულია და სხეულებს შორის მანძილის კვადრატის უკუპროპორციულია.

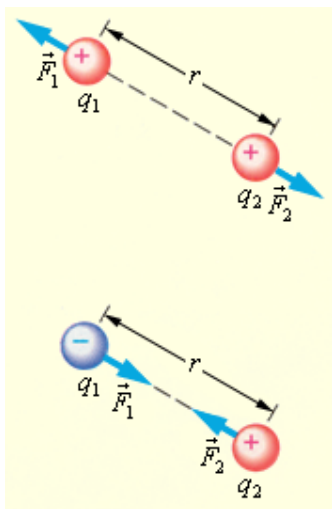
$$F = kq_1q_2/r^2.$$

q_1 და q_2 - მუხტებია, r - მათ შორის მანძილი, ხოლო k - ე.წ. კულონის მუდმივა, რომელიც ექსპერიმენტულად განისაზღვრება. ფორმულა დიდი სიზუსტით სრულდება, თუ ვიხილავთ წერტილოვან მუხტებს. ახლოს მდებარე სასრული ზომის სხეულების შემთხვევაში, ისინი უნდა განვიხილოთ როგორც დამუხტული წერტილების ერთობლიობა და რთულ გამოთვლებს უნდა მივმართოთ, ანუ ძალა იქნება მრავალი ურთიერთქმედი წერტილის ტოლქმედი.

ელექტროსტატიკური ურთიერთქმედების კანონის - კულონის კანონის გამომსახველი ფორმულა ძალიან გავს მსოფლიო მიზიდულობის ძალის გამომსახველ ფორმულას:

$$F = \gamma m_1 m_2 / r^2.$$

ნუხტების მაგივრად სხეულების მასებია, ხოლო კულონის მუდმივას მაგივრად ჰიუტონის მუდმივაა. მაგრამ, როგორც ექსპერიმენტით დავრწმუნდით, **ელექტრული ძალების მოქმედების შედეგი ორი სახისაა**, სათანადოთ - ორი სახის, პირობითად, ორი სხვადასხვა ნიშნის მუხტები გაგვაჩნია.



8.1.7

ერთი და იგივე ნიშნის მუხტები განიზიდებიან, ხოლო სხვადასხვა ნიშნის - მიიზიდებიან. ექსპერიმენტი გვიჩვენებს, რომ სხეულს შესაძლებელია სხვადასხვა მუხტი გააჩნდეს (ჩვენ დავმუხტეთ და განვმუხტეთ ელექტრომეტრი). ეს კიდევ ერთი პრინციპული განსხვავებაა. მასა სხეულის განუყოფელი ფიზიკური თვისებაა, ხოლო ელექტრული მუხტი შესაძლებელია სხვადასხვა სიდიდის და ნიშნის იყოს. ექსპერიმენტმა დაგვარწმუნა ელექტრული მუხტის კიდევ ერთ თვისებაში: **შესაძლებელი მუხტი ერთი სხეულიდან მეორეს გადაეცეს**. ეს გადაცემა კიდევ ერთი ფუნდამენტური კანონის დაცვით ხდება, რომელსაც მუხტის შენახვის კანონი ქვია - **იზოლირებულ სისტემაში სხეულთა ჯამური მუხტი უცვლელი რჩება**, ანუ

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = const.$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ სხეულთა ჩაკეტილ სისტემაში არ დაიკვირვება მხოლოდ ერთი ნიშნის მუხტის გაჩენა ან გაქრობა.

ყველა ამ თვისების აღწერის შემდეგ, ალბათ ბუნებრივი იქნება შემოვიდოთ მუხტის ცნების განმარტება ასეთი სახით:

ელექტრული მუხტი წარმოადგენს ფიზიკურ სიდიდეს, რომელიც ახასიათებს სხეულთა თვისებას შევიდნენ ერთმანეთთან ელექტრულ ძალოვან ურთიერთქმედებაში. ურთიერთქმედების თვისებები კულონის კანონით არის წარმოდგენილი.

განმარტებების მათემატიკური სიმკაცრის მოყვარულებს დაუკმაყოფილებლობის შეგრძნება გაუჩნდებოდათ, რადგან ამ წარმოდგენებით მკაცრად ვერ განვმარტეთ თვით ელექტრობის ცნება. ჩვენ ექსპერიმენტის შედეგს მივმართეთ და ავლწერეთ მოვლენათა სისტემა. გამოცდილება გვიჩვენებს, რომ წარმოდგენილი ინფორმაცია საკმარისია იმისათვის რომ ცალსახად განვასხვაოთ ასეთნაირად წარმოდგენილი მოვლენათა ერთობლიობა – ელექტრულ მოვლენათა ერთობლიობა, სხვა მოვლენებისაგან.



ასეთი ვითარება არაერთხელ შეგვხვდება მომავალში, ამიტომ სასარგებლო იქნება მოვიყვანოთ ერთი მეტად მნიშვნელოვანი თეორემა. მათემატიკის წინაშე იდგა მნიშვნელოვანი საკითხი – არის თუ არა მათემატიკა თვითსაკმარისი. ანუ გამართლებულია თუ არა დამკვიდრებული *აქსიომატური* მიდგომა, როდესაც დამტკიცებების გარეშე მიღებულია რამდენიმე არაწინააღმდეგობრივი საბაზო მტკიცება – აქსიომა, და აქსიომებზე დაყრდნობით სრულად იგება მათემატიკა. სხვანაირად რომ ვთქვათ, დასამტკიცებელი იყო შესაძლებელია თუ არა აქსიომათა არაწინააღმდეგობრივი სისტემის შემოღება ყველა სხვა მათემატიკური მტკიცების დასამტკიცებლად. ავსტრიელმა მათემატიკოსმა **კურტ გედელმა** 1929 წელს დაამტკიცა ორი თეორემა:

- აქსიომათა ნებისმიერი ფორმალური სისტემა შეიცავს ერთმანეთთან შეუთავსებად დაშვებებს;
- აქსიომათა ნებისმიერი სისტემის ლოგიკური სისრულე შეუძლებელია დამტკიცდეს ამ სისტემის ფარგლებში.

ამ თეორემებიდან გამომდინარეობს, რომ სისტემას ესაჭიროება “გარედან” “გამაგრება”, ანუ სხვა სისტემის (რომელიც ამ თეორემებიდან გამომდინარე ისევე არასრულია) აქსიომით გამაგრება.

აქედან გამომდინარეობს, რომ მათემატიკაში ჩვენ ყოველთვის აქსიომათა და განმარტებათა არასრული სისტემებით ვსარგებლობთ. როდესაც საქმე ეხება ფიზიკას – ექსპერიმენტულად აღმოჩენილი და მათემატიკურად წარმოდგენილი კანონები მოვლენების მათემატიკურ თეორიაში აქსიომების როლს ასრულებენ.

საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში, ინჟინერიაში და ტექნოლოგიაში ჩვენ მაინც მყარ ნიადაგზე ვდგევართ, რადგან “გარედან გამაგრება” არ ცვლის პირველად წარმოდგენებს, არამედ აღრმავებს მათ.

მაგალითად, თანამედროვე წარმოდგენა ელემენტარულ ნაწილაკებზე ხსნის და აღრმავებს ელექტრობის წარმოდგენებს, მაგრამ არაფერს არ ცვლის ზემოთხაზოთვლის წარმოდგენებში მათი პრაქტიკული გამოყენების ეფექტურობის თვალსაზრისით. შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ექსპერიმენტულად ნაპოვნი კანონზომიერებები ზუსტდება ექსპერიმენტული საშუალებების სიზუსტის გაზრდასთან ერთად და უფრო ზუსტი და “ფაქიზი” გაზომვებით ჩვენ უფრო ღრმად ვაღწევთ მოვლენათა ბუნების შინაარსში, მაგრამ არ ვმლით ან ვანგრევთ უკვე მოპოვებულ და შედარებით დაბალ სიზუსტეებზე სამართლიან კანონზომიერებებს. შესაძლებელია აქ “იმალება” პრინციპული განსხვავება ფიზიკასა და მათემატიკას შორის – ექსპერიმენტით შემოწმების საშუალება.

ელემენტარულ ნაწილაკებზე და ატომის სტრუქტურაზე წარმოდგენა გვაძლევს საშუალებას წარმოვადგინოთ მუხტი ელემენტარული მუხტების ჯამის სახით და ვთქვათ, რომ მუხტი დისკრეტული სიდიდეა და განისაზღვრება მუხტის მატარებელ ნაწილაკთა რაოდენობით - $q = ne$. n - ელემენტარული მუხტების რაოდენობაა, e - მუხტი, რომლის მატარებელი ნაწილაკებია ელექტრონი და პროტონი.

ამგარა, რომ ზემოთმოყვანილი კულონის ფორმულა უნდა დაზუსტდეს და მიიღოს სახე:

$$F = k|q_1||q_2|/r^2,$$

ანუ ძალა განისაზღვრება მუხტების აბსოლუტური მნიშვნელობით (მოდულებით), მიმართულება კი ნიშნებით ზემოდ აღწერილი წესის თანახმად. უფრო სწორი იქნებოდა გვეთქვა, რომ ამ ფორმულით განისაზღვრება ძალის სიდიდე. კულონის ძალას მიმართულებაც გააჩნია, იგი **ვექტორული სიდიდეა**, მაგრამ ეს ფორმულა მიმართულებას არ განსაზღვრავს. ვექტორულ ფორმაში კულონის ლანონი გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\vec{F}_{12} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \vec{r}_{12},$$

სადაც \vec{F}_{12} ძალაა, რომლითაც მუხტი 1 მოქმედებს მუხტ 2-ზე, q_1, q_2 მუხტების სიდიდეა, \vec{r}_{12} რადიუს-ვექტორია (მიმართულია მუხტ 1-დან 2-საკენ და მოდულით უდრის მათ შორის მანძილს), k - პროპორციულობის კოეფიციენტი.

ამ ფორმულაში შემავალი მუხტების მნიშვნელობა განსაზღვრავს ძალის მიმართულებას. თუ ორივე მუხტი ერთი და იგივე ნიშნისაა, პირველი მუხტი მოქმედებს მეორეზე დადებითი, რადიუს-ვექტორთან თანხვედრი მიმართულების მქონე ძალით. თუ მუხტები სხვადასხვა ნიშნისაა, პირველი მუხტი მოქმედებს მეორეზე უარყოფითი, რადიუს-ვექტორთან საწინააღმდეგო მიმართულების მქონე ძალით.



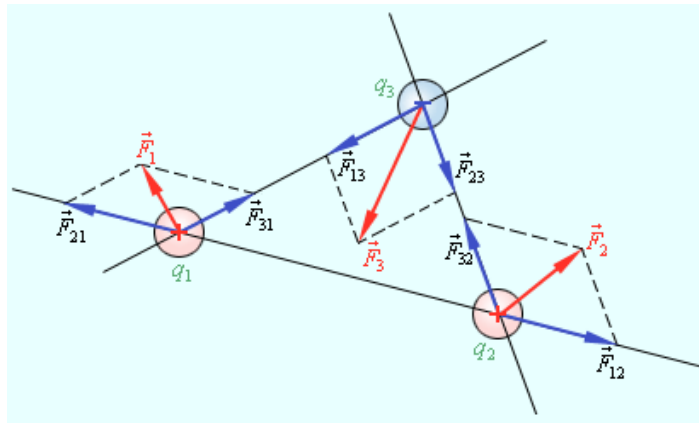
ცდა გვიჩვენებს, რომ კულონის ძალის შემთხვევაში სრულდება ე.წ. **სუპერპოზიციის პრინციპი**:

თუ დამუხტული სხეული ურთიერთქმედებს რამდენიმე სხვა დამუხტულ სხეულთან, მასზე მომქმედი ტოლქმედი ძალა წარმოადგენს ამ სხეულებთან ურთიერთქმედების ძალთა ვექტორულ ჯამს.

სამი მუხტის ურთიერთქმედების შემთხვევა ნაჩვენებია ნახატზე 8.1.8. ტოლქმედი ძალები წარმოადგენენ ვექტორულ ჯამებს:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}; \vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}; \vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}.$$

სუპერპოზიციის პრინციპი ბუნების ერთერთი ფუნდამენტური პრინციპია. პრინციპი ამტკიცებს, რომ მრავალი დამუხტული სხეულის შემთხვევაში, ნებისმიერ ორ სხეულს შორის ურთიერთქმედება არ არის დამოკიდებული სხვა სხეულების არსებობაზე.



8.1.8

8.2. ელექტროსტატიკული ველი

ელექტროსტატიკული მოვლენების აღსაწერად მოხერხებულია **ელექტროსტატიკური ველის** ცნების შემოღება. ეს უფრო ზოგადი ცნების შემოტანის შედეგიანი მცდელობაა. ჩავთვალოთ, რომ დამუხტული სხეულის გარშემო არსებობს ელექტრულ ძალთა მოვლენების გამომწვევი ველი, რომელიც პირველადია თავისი ბუნებით. კულონის ძალა ჩნდება მუხტების ველების ურთიერთქმედების შედეგად.

ველის დასახასიათებლად შემოღებულია **ელექტროსტატიკული ველის დაძაბულობის ცნება**. ეს ფიზიკური სიდიდე განისაზღვრება როგორც ველის მოცემულ წერტილში დადებით სასინჯ მუხტზე მოქმედი ძალისა და ამ (სასინჯი) მუხტის თანაფარდობა:

$$\vec{E} = \vec{F} / q.$$

ამ ვექტორული სიდიდის მიმართულება ემთხვევა კულონის ძალის მიმართულებას. თუ რამდენიმე მუხტთან გვაქვს საქმე, ჯამური დაძაბულობა ტოლია მუხტთა დაძაბულობების ვექტორების ჯამის:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots,$$

ანუ აქაც სრულდება სუპერპოზიციის პრინციპი.

კულონის კანონის თანახმად, ვიღებთ დაძაბულობის მოდულის მნიშვნელობას:

$$E = kq / r^2.$$

ამ ველს ეწოდება კულონის ველი. შემოღებული ცნებები და განმარტებები იძლევიან საშუალებას თვალსაჩინოდ წარმოვადგინოთ ელექტრული მუხტის ველი. ამაში დაგვეხმარება ძალხაზის ან ძალწირის ცნება.



8.2.1

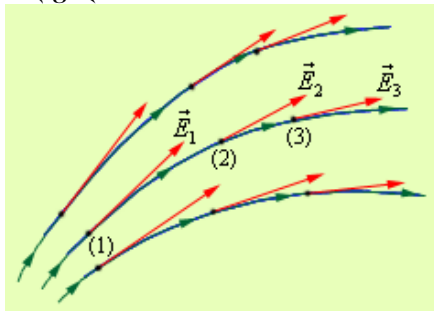
მუხტის ველის ყველა წერტილში განსაზღვრული გვაქვს ძალა, რომელიც განჩნდება სასინჯი მუხტის ველში მოთავსების შემთხვევაში. შეგვიძლია მუხტის ველში დაეხატოთ წირები, რომელთა მხებები ყოველთვის ველის დაძაბულობის მიმართულებით განლაგდებიან. წერტილოვანი მუხტების შემთხვევაში

ძალწირები განლაგდებიან ისე როგორც ნაჩვენებია ნახატზე 8.2.1. განმარტების თანახმად დადებითი მუხტის ძალწირები მიმართულია მუხტისაგან, გარეთ, უარყოფითი, პირიქით, მუხტისაკენ. ადვილი მისახვედრია, რომ ელექტრულ ველში მოთავსებული სასინჯი მუხტი ძალწირების გასწვრივ იმოძრაავებს.

მოხერხებულია კულონის ველის ვექტორულ ფორმაში ჩაწერა:

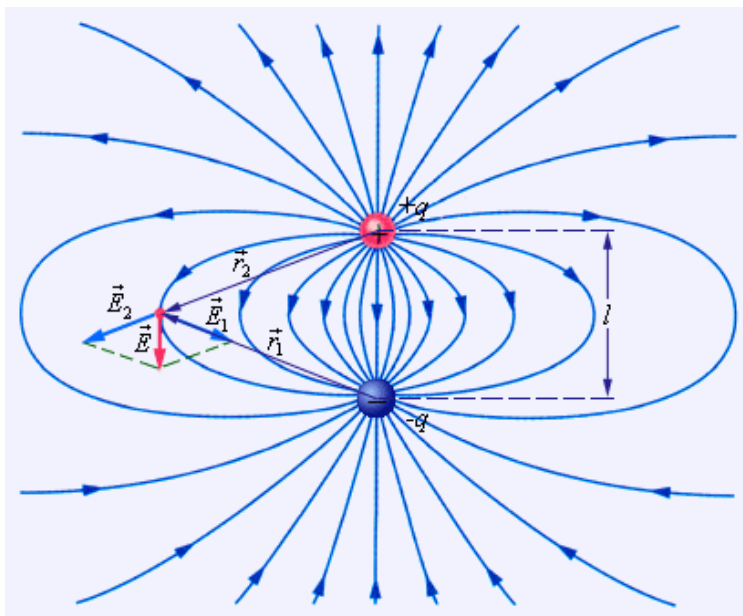
$$\vec{E} = kq\vec{r}/r^3.$$

\vec{r} წარმოადგენს რადიუს-ვექტორს, რომელიც აკავშირებს q მუხტს წერტილთან, რომელშიც მოთავსებულია სასინჯი მუხტი. ცხადია, r - ამ რადიუს ვექტორის მოდულია.



8.2.2.

ზოგადი შემთხვევა ილუსტრირებულია ამ ნახაზით. ძალწირის განმარტების შესაბამისად, დაძაბულობის ვექტორი ძალწირის მხების მიმართულებით ლაგდება



8.2.3

ორი სხვადასხვა ნიშნის q მუხტის შემთხვევაში, რომლებიც l მანძილით არიან დაშორებულები ერთმანეთისაგან, მუხტთა სისტემის ჯამური ველი ასე გამოისახება. თითოეულ წერტილში ველის დაძაბულობა წარმოადგენს ცალკეული მუხტების დაძაბულობათა ვექტორულ ჯამს.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

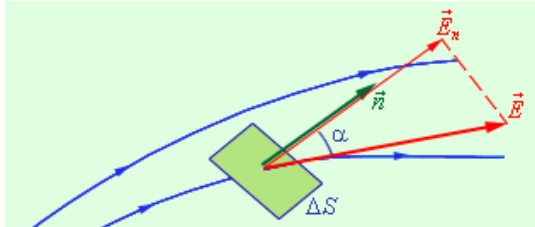
ელექტროსტატიკური ველის ცნების და ძალწირების შემოღებით ჩვენ უფრო ნათელი და თვალსაჩინო გავხადეთ მუხტთა ურთიერთქმედების სისტემა. გავიმეორებთ, რომ ბუნებაში არსებული და ექსპერიმენტულად აღმოჩენილი კულონის კანონის საფუძველზე, ჩვენ შევქმენით მოხერხებული ზოგადი წარმოდგენა - მივანიჭეთ ფიზიკური შინაარსი ველს, განვმარტეთ მისი დაძაბულობის ცნება და, საბოლოო ჯამში შევქმენით რეალობის ელემენტის ინფორმაციული მოდელი, რომელსაც დიდი ხანია წარმატებით იყენებენ ელექტრობაში.

8.3. გაუსის თეორემა

წარმოვიდგინოთ წერტილოვანი ელექტრული მუხტი q , და მის გარშემო არსებული რაიმე ნებისმიერი ფორმის შეკრული ზედაპირი. ელექტრული მუხტის არსებობა დაიკვირვება ამ ზედაპირის ნებისმიერ წერტილში - სასინჯი მუხტი ავლენს კულონის ძალის არსებობას.

ფიზიკაში ხშირად იყენებენ ნაკადის ცნებას. თუ გვაქვს რაიმე ვექტორული სიდიდე, რომელიც განაწილებულია რაიმე ზედაპირზე, ყოველთვის შეგვიძლია გამოვყოთ საკმარისად მცირე ფართი ΔS , და განვსაზღვროთ ელემენტარული ნაკადი $\Delta\Phi$ როგორც ვექტორის შერჩეული ფართის მიმართ ნორმალური (მართობული) კომპონენტის ($E_n = E \cos \alpha$) ნამრავლი ამ ფართზე, ანუ:

$$\Delta\Phi = E\Delta S \cos \alpha = E_n \Delta S .$$

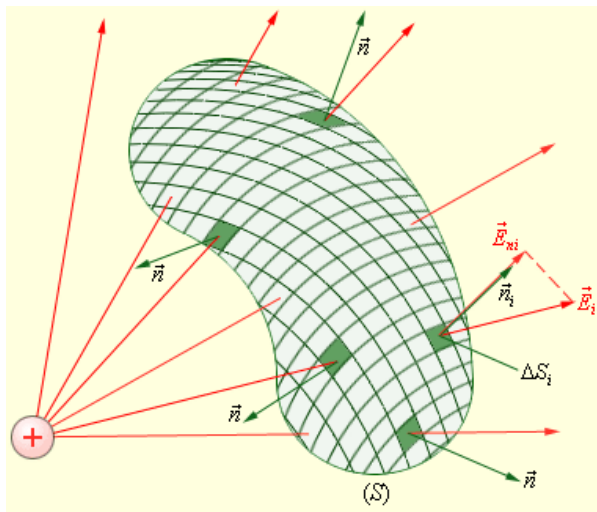


8.3.1

8.3.1 ნახატზე წარმოდგენილია ამ ფორმულის ყველა კომპონენტი. თუ გვანტერესებს ვექტორული სიდიდის სრული ნაკადი მთელ ზედაპირზე, მის მნიშვნელობას მივიღებთ როგორც ელემენტარულ ნაკადთა ჯამს, ანუ გამოვსახავთ შემდეგნაირად:

$$\Phi = \sum \Delta\Phi = \sum E_n \Delta S_i .$$

ცხადია, ამ ჯამის არსებობა განპირობებულია სუპერპოზიციის პრინციპით.



8.3.2

დავუბრუნდეთ მუხტს და მის გარშემო შერჩეულ შეკრულ ზედაპირს. გაუსის თეორემა გვეუბნება, რომ ამ შეკრულ ზედაპირზე გამავალი მუხტის დამაბულობის ნაკადი მის შიგნით არსებული მუხტის (ან მუხტთა ჯამის) პროპორციულია.

თუ მუხტის გარშემო ავირჩევთ სფერულ ზედაპირს, ყველა წერტილისათვის გვექნება

$$E = kq / r^2 .$$

სფეროს ფართი ცნობილი ფორმულით გამოითვლება $S = 4\pi r^2$. სფეროს შემთხვევაში ყველა ელემენტარული ფართი ერთნაირია და ჯამური ნაკადი გამოისახება როგორც

$$\Phi = 4\pi r^2 \times kq / r^2 = 4\pi kq .$$

ამ უმარტივესი შემთხვევის მაგალითზე დავინახეთ გაუსის თეორემის არსი. რა უნდა შეიცვალოს, თუ სხვა შეკრულ (ჩაკეტილ) ზედაპირს ავირჩევთ იგივე მუხტის გარშემო? თეორემა გვეუბნება რომ არაფერი. გვექნება იგივე შედეგი

$$\Phi = 4\pi kq ,$$

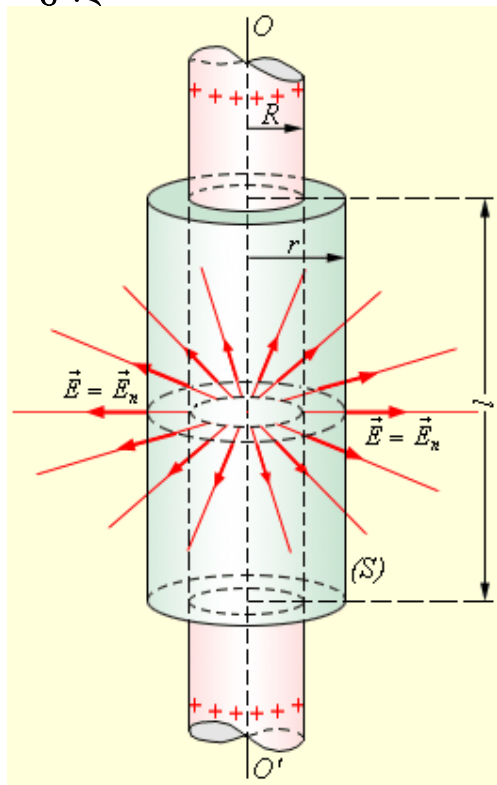
რადგან იგივე მუხტი დაგვრჩა. რა თქმა უნდა, თეორემა მტკიცდება ზოგადი შემთხვევისათვის.

თეორემა ეყრდნობა კულონის კანონს და სუპერპოზიციის პრინციპს. თუ გაუსის თეორემას აქსიომად მივიღებთ, მაშინ შეგვიძლია კულონის კანონი გამოვიყვანოთ როგორც აქსიომის შედეგი. ამის გამო გაუსის თეორემას ზოგჯერ უწოდებენ კულონის კანონის ალტერნატიულ ფორმულირებას. თეორემა ევექტურად გამოიყენება ველების გამოსათვლელად.

ისევ გავიმეორებთ, რომ ცნებების, პირველი შეხედვით, გართულებით, იქმნება ზოგადი წარმოდგენა, ანუ დარგის თეორია და მისი აღწერის მათემატიკური აპარატი. ყველა კერძო და პრაქტიკაში გამოყენებადი შემთხვევა უნდა გამომდინარეობდეს ამ თეორიიდან. გაუსის თეორემა წარმოადგენდა ელექტრული მოვლენების ზოგადი ფუნდამენტური თეორიის შექმნის ერთერთ პირველ ნაბიჯს. გაუსის თეორემის ფიზიკური არსი მდგომარეობს იმაში, რომ მუხტები წარმოადგენენ ელექტრული ველის წყაროს. ამიტომაც ელექტრული დაძაბულობის ვექტორის ნაკადი მუხტის პროპორციულია.

ადვილი მისახვედრია, რომ იგივე მოსაზრებები შეგვიძლია გავიმეოროთ მიზიდულობის (ანუ გრავიტაციული) ველისათვის. ამ შემთხვევაშიც სამართლიანია გაუსის თეორემა. თეორემა სამართლიანია შემთხვევებისათვის, სადაც ველის წერტილოვანი წყაროები იძლევიან $1/r^2$ -ის პროპორციულ ველის დაძაბულობას.

მაგალითი 8.1



8.3.3

გვაქვს უსასრულო სიგრძის თანაბრად დამუხტული R რადიუსის მქონე ცილინდრი (ან ძაფი), რომლის სიგრძის ერთეულზე მოცემული მუხტი არის τ . განვსაზღვროთ როგორც ცილინდრის ელექტრული ველი.

ამ ცილინდრის გარშემო ავირჩიოთ სხვა ცილინდრული ზედაპირი S , რომლის ღერძი ემთხვევა დამუხტულ ცილინდრს, რადიუსი უდრის r , ხოლო სიგრძე l . შერჩეული გეომეტრიული კონფიგურაცია სიმეტრიულია OO' ღერძის მიმართ. ამის გამო დაძაბულობის ვექტორი ყოველთვის მართობული იქნება ცილინდრების ზედაპირებისა. ვექტორები ნაჩვენებია ნახაზზე ერთერთ ღერძის მიმართ მართობულ მკვეთ სიბრტყეში. ცილინდრის უსასრულობის გამო, ნებისმიერი მუხტისათვის მოიძებნება კვეთის მიმართ სიმეტრიულად განთავსებული მუხტი, და ამ ორი მუხტის ტოლქმედი ისევ ამ მკვეთ სიბრტყეში იქნება.

აქედან გამომდინარე, დაძაბულობის ვექტორის ნაკადი მხოლოდ ცილინდრული ზედაპირით განისაზღვრება (არ გაგვანჩნია ვექტორთა კვეთების მართობული კომპონენტები). ცილინდრული ზედაპირის ფართია

$$S = 2\pi r l.$$

გაუსის თეორემიდან გამომდინარე, მივიღებთ განტოლებას

$$E \cdot 2\pi r l = 4\pi k \tau l.$$

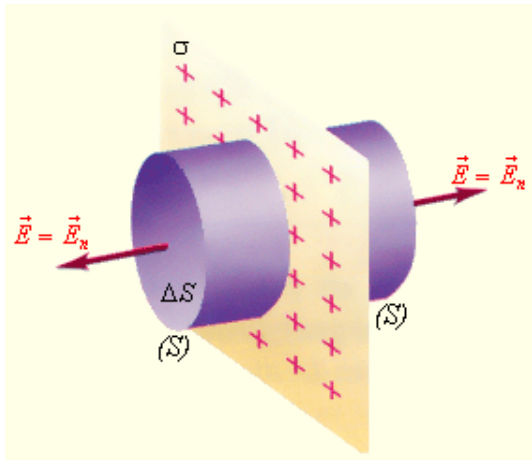
აქედან გამომდინარეობს

$$E = 2k\tau / r.$$

შეგვიძლია τ წერტილოვან მუხტად წარმოვიდგინოთ. თუ ამ ფორმულით გამოსახულ დაძაბულობის მნიშვნელობას შევადარებთ წერტილოვანი მუხტის ველის დაძაბულობის ფორმულას, დავინახავთ, რომ დაძაბულობა რადიუსის გასწვრივ უფრო ნელა კლებულობს – არა კვადრატის, არამედ რადიუსის უკუპროპორციულია. ფიზიკური შინაარსის თვალსაზრისითაც ნელი ცვლილება

სრულიად გასაგებია – ცილინდრის კვეთაზე განლაგებული მუხტების დაძაბულობას ემატება სხვა უამრავ კვეთაზე განთავსებული მუხტების დაძაბულობა.

მაგალითი 8.2.

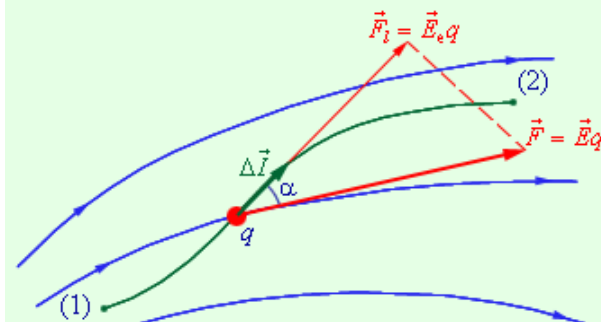


8.3.4

სიმეტრიულად განთავსებული მუხტის კიდევ ერთი მაგალითი – თანაბრად დამუხტული სიბრტყე. შევარჩიოთ ცილინდრული ზედაპირი. აქაც, სიმეტრიის გამო დაძაბულობის ვექტორის ნაკადი მხოლოდ ცილინდრის ბრტყელ ზედაპირებზეა გასათვალისწინებელი. ცილინდრული ზედაპირისათვის ნაკადი ნოლის ტოლია – არც ერთი ვექტორი არ არის მის მიმართ მართობული. თუ σ მუხტის ზედაპირული სიმკვრივეა, ვიღებთ მუხტის მნიშვნელობას ცილინდრის შიგნით როგორც $\sigma \cdot \Delta S$, და გაუსის თერემიდან $2E \cdot \Delta S = 4\pi \cdot \sigma \cdot \Delta S$. ამოცანის ამონახსნია $E = 2\pi \cdot \sigma$.

8.4. ელექტრულ ველში შესრულებული მუშაობა. პოტენციალის ცნება

Q მუხტის ველში სასინჯი q მუხტის გადაადგილების დროს, ელექტრული ძალები ასრულებენ მუშაობას. $\Delta \vec{l}$ იყოს q მუხტის მცირე გადაადგილება, იმდენად მცირე, რომ მის ფარგლებში შეგვეძლოს სწორხაზოვან მოძრაობაზე საუბარი. მაშინ ნებისმიერ ტრაექტორიაზე მოძრაობა შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ ასეთი მრავალი მონაკვეთების გავლის სახით.



8.4.1

მუშაობის განმარტების თანახმად, შეგვიძლია დავწეროთ გამოსახულება:

$$A = F \cdot \Delta l \cdot \cos \alpha = E \cdot q \cdot \Delta l \cdot \cos \alpha = E_l \cdot q \cdot \Delta l$$

ყველა აღნიშვნა ნაჩვენებია 8.4.1 ნახატზე. არ უნდა დაგვავიწყდეს, რომ ვიხილავთ მუშაობას სპეციფიური თვისებების მქონე ველში. როგორც არ უნდა იყოს მუხტი Q , სუპერპოზიციის პრინციპის გამო, შეგვიძლია ცალცალკე განვიხილოთ მუშაობა მისი შემადგენელი ელემენტარული მუხტების ველებში. ერთერთი მუხტი წარმოდგენილია 8.4.2 ნახატზე. კულონის ძალა რადიალურად მოქმედებს. თუ დავაკვირდებით ნახატს და მუშაობის ფორმულას, დავინახავთ, რომ მუშაობა შეიცავს მხოლოდ რადიუს-ვექტორის გასწვრივ გადაადგილების კომპონენტს:

$$\Delta l \cdot \cos \alpha = \Delta r, \text{ და } A = F \cdot \Delta r.$$

8.4.2

აქედან გამომდინარეობს მეტედ მნიშვნელოვანი შედეგი – ელექტროსტატიკულ ველში მუხტის მიერ შესრულებული მუშაობა არ არის დამოკიდებული მოძრაობის ტრაექტორიის ფორმაზე და განისაზღვრება მხოლოდ მუხტის მნიშვნელობით და საწყისი და ბოლო წერტილების მდებარეობით.

თუ მოძრაობის ტრაექტორიას წარმოვიდგენთ მცირე სწორხაზოვანი მონაკვეთების სახით, ყოველ მონაკვეთზე “იმუშავენს” მხოლოდ რადიალური კომპონენტი, და მათი ჯამი მოგვცემს რადიალური გადაადგილების მნიშვნელობას ტრაექტორიის საწყის და ბოლო წერტილებს შორის. თუ რადიალური კომპონენტი არ იცვლება – სასინჯი მუხტი მოძრაობს წრეწირზე, მაშინ მუშაობა ელექტრულ ველში არ სრულდება.

აქედან ვიღებთ კიდევ ერთ მნიშვნელოვან დასკვნას – ელექტროსტატიკურ ველში ჩაკეტილ ტრაექტორიაზე მოძრაობის დროს, კულონის ძალათა მუშაობა ნულის ტოლია. თუ ტრაექტორია ჩაკეტილია, მაშინ გაგვაჩნია ორი სივრცით ტოლი და სხვადასხვა ნიშნის რადიალური კომპონენტი – ერთის გასწვრივ დაეშორებით საწყის წერტილს, მეორის გასწვრივ დაებრუნდით. დაბრუნების დროს მუშაობას შეეცვალა ნიშანი, ამიტომაც ჯამი ნულის ტოლია.

ასეთ ველებს უწოდებენ პოტენციურ ან კონსერვატულ ველებს. ეს თვისება გვაძლევს საშუალებას შემოვიღოთ პოტენციური ენერჯიის ცნება ელექტრული ველისათვის. ამისათვის ავირჩიოთ სივრცეში რაღაც წერტილი (ნულოვანი წერტილი) და ჩავთვალოთ რომ მასში მოთავსებული მუხტის პოტენციური ენერჯია უდრიც ნულს.

Q მუხტის ველის ნებისმიერ წერტილში მოთავსებული სასინჯი q მუხტის პოტენციური ენერჯია უდრის მუშაობას, რომელსაც შეასრულებს ველი მუხტის ამ წერტილიდან ფიქსირებულ ნულოვან წერტილში გადასატანად. რადგან

$$A = F \cdot \Delta l \cdot \cos \alpha = E \cdot q \cdot \Delta l \cdot \cos \alpha = E_l \cdot q \cdot \Delta l,$$

პოტენციური ენერჯია q მუხტის მნიშვნელობის პროპორციულია.

ადვილი მისახვედრია, რომ ველში აღებული ნებისმიერი ორი წერტილისათვის, ერთიდან მეორეში გადასატანად აუცულებელი მუშაობა ამ წერტილების პოტენციურ ენერჯიათა სხვაობის ტოლია, და არ არის დამოკიდებული გადატანის ტრაექტორიაზე. ამ სხვაობას გააჩნია ფიზიკური არსი. ჩვენ შეგვიძლია რეალურად გადავაადგილოთ მუხტი სასრულ მანძილზე, ჩავატაროთ ყველა საჭირო გაზომვა და გამოვთვალოთ ეს მუშაობა. მაგრამ მუხტის პოტენციური ენერჯიის დასახასიათებლად ძალიან მიმზიდველია გადავიტანოთ ნულოვანი წერტილი უსასრულოდ შორს და გამოვიყენოთ ერთეულოვანი სიდიდის მუხტის ცნება. აქამდე ჩვენ არ დაგვიზუსტებია როგორ და რა ერთეულებში იზომება მუხტი. ეს საკითხი გადავდოთ მომავლისათვის, მაგრამ აქ, ამჟამად წარმოვიდგინოთ რომ გაგვაჩნია ერთეულების რაღაც სისტემა და სასინჯი მუხტის ამ სისტემაში გააჩნია მნიშვნელობა 1.

შემოვიღოთ ველის პოტენციალის განმარტება: ველის პოტენციალი სივრცის მოცემულ წერტილში უდრის მუშაობას, რომელსაც ასრულებენ ელექტრული ძალები სასინჯი ერთეულოვანი მუხტის ამ წერტილიდან უსასრულობაში გადასატანად.

ისმის ბუნებრივი შეკითხვა – გააჩნია თუ არა ამ ცნებას ფიზიკური არსი? არის თუ არა პოტენციალი სასრული სიდიდე, თუ უსასრულოდ შორ მანძილზე გადაგვაქვს ერთეულოვანი მუხტი, და როგორ წარმოვიდგინოთ უსასრულობა?