

**თაზო VI. ურთიერთინდუქციურად დაკავშირებული
წრეების ანალიზი**

6.1. ძირითადი დებულებები, თანაფარდობები და თავისებურებანი

- ინდუქციურად შემზულ წრედებში **ურთიერთინდუქციურობა** M არის პროპორციულობის კოეფიციენტი ურთიერთინდუქციის ნაკადშემბულობასა ψ და მის შემქმნელ დენთან i :

$$|M| = \frac{\psi_{12}}{i_2} = \frac{\psi_{21}}{i_1},$$

სადაც i_1, i_2 - ინდუქციურად შემზულ 1-ლ და მე-2-ე კოჭების დენებია;

$$\psi_{12} = W_1 \cdot \Phi_{12};$$

$$\psi_{21} = W_2 \cdot \Phi_{21};$$

N_1, N_2 - კოჭების ხვიათა რიცხვი;

Φ_{12}, Φ_{21} - ურთიერთინდუქციის გაშვალედებული მაგნიტური ნაკადები.

2. ურთიერთინდუქციის ემძ.

ელექტრული წრედები შეიძლება შეიცავდნენ ერთმანეთთან ინდუქციურად დაკავშირებულ ელემენტებს. ასეთ ელემენტებს შეუძლიათ ერთმანეთთან დააკავშირონ ელექტრულად განცალკევებული (გაყოფილი) ელემენტები. ასეთ შემთხვევაში ერთ ელემენტში დენის ცვლილება მეორეში იწვევს ემძ-ის შექმნას. ასეთ შემთხვევაში ამბობენ, რომ ელემენტები შეკრულნი არიან ურთიერთინდუქციურობის ემძ ძალით ან M ურთიერთინდუქციით.

3. ბმის კოეფიციენტი ახასიათებს ინდუქციურად დაკავშირებულ ელემენტების (კოჭების) ბმის ხარისხს

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \tag{6.1}$$

სადაც M - წრედის ელემენტებს შორის ურთიერთინდუქციურობაა (M -ის საზომი ერთეულია - ჰნ); L_1 და L_2 - ელემენტების საკუთარი ინდუქციურობა.

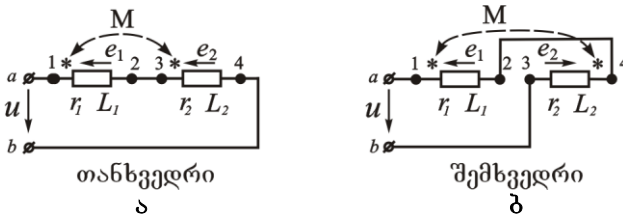
უნდა აღინიშნოს, რომ $K < 1$. ეს გარეგობა განპირობებულია იმით, რომ ელექტრომაგნიტურ ელემენტებში ადგილი აქვს გამჭოლი ნაკადების გაბნევას.

4. მიმდევრობით შეერთებული კოჭებით შექმნილი წრედებში განასხვავებენ კოჭების **თანხვედრ** და **შემხვედრ** შეერთებებს.

5. კოჭების **თანხვედრი** შეერთებისას დენები ორიენტირებული არიან ერთნაირად მათ ერთსახელა მომჭერების მიმართ. ამ შემთხვევაში თვითინდუქციის და ურთიერთინდუქციის ემძ-ები იკრიბება (იხ. ნახ. მ.6.1 ა,)

$$e_1 = -L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = -(\omega L_1 + \omega M) I_m \cos \omega t$$

$$e_2 = -L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = -(\omega L_2 + \omega M) I_m \cos \omega t \quad (6.3)$$



ნახ. მ.6.1

6. **შემხვედრად** შეერთებისას დენები ორიენტირებული არიან განსხვავებულად მათი ერთსახელა მომჭერების მიმართ. ამ შემთხვევაში თვით- და ურთიერთინდუქციის ემძ-ები აკლდება ერთმანეთს.
7. **კომპლექსური ექვივალენტური წინაღობა და ინდუქციურობა.** კოჭების შეერთების ტიპი (თანხვედრი ან შემხვედრი) განისაზღვრება კოჭების დახვევის ხერხით და კოჭებში დენების მიმართულებით და ამიტომ განისაზღვრებიან ფორმულებით

$$Z = Z_1 + Z_2 \pm 2Z_{12} \text{ და } L = L_1 + L_2 \pm 2Z_{12} ,$$

სადაც $Z_{12} = j\omega M$. ნიშანი “პლუსი” შეესაბამება თანხვედრად შეერთებულ კოჭებს, ხოლო ნიშანი “მინუსი” – შემხვედრად შეერთებულს.

8. **მიმდევრობით შეერთებული კოჭებით შექმნილი წრედებში** კომპლექსური ფორმით გამოსატული ემძ-ები და დენის სახე

$$\dot{E}_1 = -j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I} = -jX_{L1} \dot{I} - jX_M \dot{I} = \dot{E}_{1L} + \dot{E}_{1M}; \quad (6.4)$$

$$\dot{E}_2 = -j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I} = -jX_{L2} \dot{I} - jX_M \dot{I} = \dot{E}_{2L} + \dot{E}_{2M}, \quad (6.5)$$

სადაც $X_M = \omega M$ - ურთიერთინდუქციის წინაღობაა (ომი).

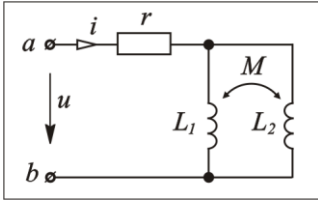
ნახ. მ.6.2 -ზე მოყვანილი წრედის დენის განსაზღვრისათ

ვის ჭეშმარიტია ტოლობები:

$$\dot{U} + \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = \dot{U} + \dot{E}_{1L} + \dot{E}_{1M} + \dot{E}_{2L} + \dot{E}_{2M} = \dot{U} - j\omega(L_1 + L_2 + 2M)\dot{I} = r\dot{I},$$

აქედან დენი
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{r + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)}.$$

9. პარალელურად შეერთებული კოჭებით შექმნილი წრედის



ნახ. მ.6.3

ორი კოჭას პარალელური შეერთებისას, როცა მათი აქტიური წინაღობები უდრის ნულს (იხ. ნახ. მ.6.3) კომპლექსური ეკვივალენტური წინაღობა და ინდუქციურობა განისაზღვრება ფორმულებით:

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 - Z_{12}^2}{Z_1 + Z_2 \mp 2Z_{12}}, \text{ და } L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}.$$

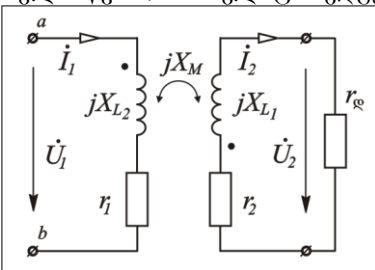
განტოლებების მნიშვნელში ნიშანი “მინუსი” შეესაბამება თანხვედრად შეერთებულ კოჭებს, ხოლო ნიშანი “პლუსი” – შემხვედრად შეერთებულს.

10. საჰაერო (ხაზოვანი) ტრანსფორმატორი

ტრანსფორმატორი ელექტრული წრედების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ელემენტია.

ტრანსფორმატორის დანიშნულებაა დენის და ძაბვის გარდაქმნა.

საჰაერო ტრანსფორმატორი ეწოდება უმარტივეს ელექტრულ ხელსაწყოს, რომელიც შედგება



ნახ. მ.6.4

ორი ელექტრულად დაუკავშირებელი უძრავი კოჭებისაგან ფერომაგნიტური გულარის გარეშე. ის ხაზოვანი ელემენტია.

ფერომაგნიტული გულარის არსებობა გამოიწვევდა ტრანსფორმატორის არაწრფივ თვისებებს.

ნახ. მ.6.4 მოყვანილია ასეთი ტრანსფორმატორის ჩანაცვლების სქემა.

პირველადი გრაგნილი მიერთებულია U_1 ძაბვასთან, ხოლო მეორადი გრაგნილი დატვირთულია $Z_{\text{ფ}} = r + jX_{\text{ფ}}$ წი-

ნაღობაზე. ტრანსფორმატორში მაგნიტური ველის მეშვეობით ენერგია პირველადი წრედიდან გადაეცემა მეორად წრელს.

11. საპაერო ტრანსფორმატორის განტოლებები.

ტრანსფორმატორის პირველადი და მეორადი წრეებისათვის კირხჰოვის მეორე კანონი დაიწერება შემდეგი სახით

$$\dot{U}_1 = r_1 \dot{I}_1 - \dot{E}_1 = r_1 \dot{I}_1 - (-jX_{L1} \dot{I}_1 - jX_M \dot{I}_2) = (r_1 + jX_{L1}) \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2 \quad (6.4)$$

საპაერო ტრანსფორმატორის განტოლებების სახეა:

$$\dot{U}_1 = (r_1 + jX_{L1}) \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2; \quad (6.5)$$

$$0 = jX_M \dot{I}_1 + (r_2 + jX_{L2}) \dot{I}_2 + \dot{U}_2. \quad (6.6)$$

სადაც r_1 და r_2 - გრანზნილების აქტიური წინაღობებია, ხოლო $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{\rho}$.

თუ წინასწარ \dot{U}_2 წარმოვიდგენთ $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{\rho} = \dot{I}_2 (r_{\rho} + jX_{\rho})$

სახით, ხოლო $r_{22} = r_2 + r_{\rho}$ და $X_{22} = X_{L2} + X_{\rho}$ და

ამოგხსნათ (6.5) და (6.6) განტოლებებს \dot{I}_1 მიმართ, მაშინ მივიღებთ

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z} = \frac{\dot{U}_1}{(r_1 + r_{\rho\beta}) + j(X_{L1} - X_{\rho\beta})}, \quad (6.6)$$

სადაც $r_{\rho\beta} = \frac{X_M^2 \cdot r_{22}}{r_{22}^2 + X_{22}^2}$ და $X_{\rho\beta} = \frac{X_M^2 \cdot X_{22}}{r_{22}^2 + X_{22}^2}$ შემოტანილი აქ-

ტიური და რეაქტიული წინაღობებია.

12. აქტიური სიმძლავრე გადაიცემა პირველი კოჭიდან მეორეში. ამასთან ჯამური აქტიული სიმძლავრე განპიროვნებული ურთიმართობის მქონე უდრის ნულს, ვინაიდან $\Delta P_{1M} + \Delta P_{2M} = 0$. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ინდუქციურად დაკავშირებული ელემენტები არ ახდენენ გავლენას აქტიურ სიმძლავრეების ბალანსზე.

ჯამური რეაქტიული სიმძლავრე, განპირობებული ურთიმართობის უდრის

$$\Delta Q_{12M} = \Delta Q_{1M} + \Delta Q_{2M} = 2\omega MI_1 I_2 \cos \psi_{12}$$

მაშასადამე, ინდუქციურად დაკავშირებული ელემენტების გათვალისწინებით სიმძლავრეების ბალანსის საერთო განტოლებას აქვს სახე:

$$\sum_{k=1}^n \dot{E}_k \dot{I}_k^* = \sum_{k=1}^n Z_k I_k^2 \pm j2\omega \sum_{i=1}^{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} M_{ij} I_i I_j \cos \left(\dot{I}_i \wedge \dot{I}_j \right) \quad (6.18)$$

სადაც “+” ნიშანი გამოიყენება თანხვედრად შეერთებული კოჭებისათვის, ხოლო “-” - შემხვედრი შეერთებისას.

6.2. საკონტროლო კითხვები

1. როგორ ჩაიწერება ძაბვის ფორმულა ინდუქციურად შემბულ კოჭაში გაჯერებულ სინუსოიდალურ რეჟიმის დროს?

პასუხი: $u_{L1} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$; ან $\dot{U}_{L1} = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$,

ამასთან $M > 0$ კოჭების თანხვედრ შეერთებებს, ხოლო $M < 0$ შემხვედრი ჩართვისას.

2. რა არის ურთიერთინდუქციურობა?

პასუხი: ურთიერთინდუქციურობა M არის პროპორციულობის კოეფიციენტი ურთიერთინდუქციის ნაკადშემბულობასა ψ და მის შემქმნელ დენთან i_2 :

$$|M| = \frac{\psi_{12}}{i_2} = \frac{\psi_{21}}{i_1}$$

3. რა არის ინდუქციურად შემბული კოჭების თანხვედრი (შემხვედრი) ჩართვა?

პასუხი: ინდუქციურად შემბული კოჭების ჩართვა ეწოდება თანხვედრი (შემხვედრი), თუ კოჭებში დენების დადებით მიმართულებებისას კოჭების ურთიერთინდუქციურობის ნაკადები იკრიფება (გამოაკლდება).

4. როგორ განვსაზღვოთ სქემაზე მოყვანილი ინდუქციურად შემბული კოჭების თანხვედრი (შემხვედრი) ჩართვის სახე?

პასუხი: თუ ინდუქციურად შემბული კოჭებში დენების მიმართულებები არჩეულია ისე, რომ ისინი თანხვედრია კოჭების ერთპოლარული გამომყვანების (“ვარსკლავების”) მიმართ, მაშინ ის – თანხვედრი ჩართვაა, საწინააღმდეგო შემთხვევაში – შემხვედრი.

5. რა თვისებები გააჩნია იდეალურ ტრანსფორმატორს?

პასუხი: იდეალურ ტრანსფორმატორში ნებისმიერ დატვირთვისთვის და ნებისმიერ სისშირეზე სრულდება პირობები

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{i_1}{i_2} = \frac{W_1}{W_2}$$

სადაც W_1 და W_2 - პირველადი და მეორადი კოჭების ხვიათა რიცხვებია.

6. რას ახასიათებენ ტრანსფორმატორის სქემის ელემენტები?
პასუხი: ჩვეულებრივ r_1 და r_2 ახასიათებენ აქტიურ დანაკარგებს კოჭების პირველად და მეორად გრაგნილში; L_1 და L_2 - თვითინდუქციის ნაკადები; M - ურთიერთინდუქციის ნაკადები.

7. რა არის ტრანსფორმატორის შემავალი და შემოტანილი წინაღობები?

პასუხი: შემავალი წინაღობა არის წრედის პირველადი გრაგნილის და შემოტანილი წინაღობების ჯამი, რომელიც ითვალისწინებს მეორადი გრაგნილის გავლენას.

8. რა არის სრულყოფილი მაგნიტური კავშირი, გაბნევის ინდუქციურობა, მბის კოეფიციენტი?

პასუხი: სრულყოფილ მაგნიტურ კავშირს ადგილი ექნება გაბნევი ნაკადის არ არსებობის შემთხვევაში.

გაბნევის ინდუქციურობა – გაბნევის ნაკადშემბულობის შეფარდება იმ დენთან რომელმაც ის შექვანა.

მბის კოეფიციენტი – ურთიერთინდუქციურობის შეფარდება ინდუქციურად დაკავშირებული კოჭების ინდუქციურობების საშუალო გეომეტრიულთან.

9. რა არის ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი?

პასუხი: ტრანსფორმაციის კოეფიციენტი უდრის ტრანსფორმატორის კოჭების ხვეების რაოდენობის ფარდობას.

10. რატომ არ მუშაობს ტრანსფორმატორი ნულოვან სისშირეზე

პასუხი: მეორად გრაგნილში ძაბვის მისაღებად ის უნდა გადაიკვეთოს დროში ცვლადი მაგნიტური ნაკადით.

11. როგორ მიუახლოვდეთ რეალური ტრანსფორმატორი იდეალურს?

პასუხი: აუცივლებელია მავთულების წინაღობა და გრაგნილის გაბნევის ინდუქციურობა უნდა დავიყვანოთ მინიმუმამდურ სიდიდემდე, ხოლო გრაგნილის ინდუქციურობა – მაქსიმალურამდე.

12. პრაქტიკულად როგორ ვიპოვოთ ურთიერთინდუქციურობა?

პასუხი: პირველადი კოჭას ცნობილი დენის დროს ინდუქციურად დაკავშირებულ კოჭების გართულ მეორად გრაგნილზე გაგზომავთ ძაბვას და შემდეგ გამოვთლით ურთიერთინ-

დუქციურობა: $|Z_M| = \omega|M| = \frac{U_2}{I_1}$.

13. რა თავისებურება გააჩნია ინდუქციურად დაკავშირებულ წრედების ვექტორულ დიაგრამას?

პასუხი: ვექტორულ დიაგრამის აგების დროს ითვალისწინებენ, რომ ინდუქციურად დაკავშირებულ კოჭებს შორის ძაბვა შედგება ორი ძაბვისაგან: თვითინდუქციის ძაბვიდან, რომელიც უსწრებს კოჭას დენს 90° გრადუსით და ურთიერთ-ინდუქციურობის ძაბვიდან რომელიც წანაცვლებულია მეორე კოჭას დენისაგან $\pm 90^\circ$ გრადუსით

6.3. ურთიერთინდუქციურად დაკავშირებული წრედების გამოთვლის ზოგადი მეთოდიკა

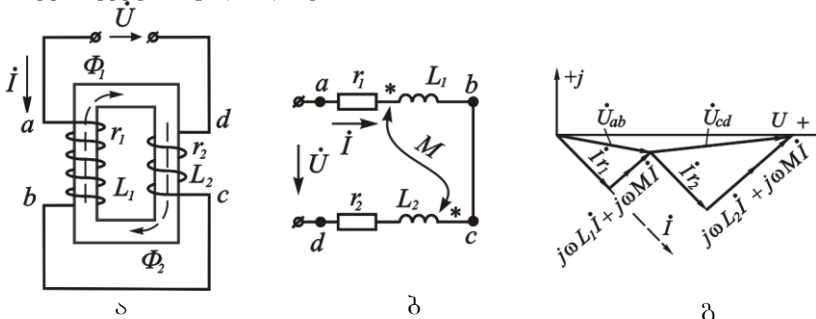
ურთიერთინდუქციის არსებობისას განსტოვებული წრედების გაანგარიშება შესაძლებელია განხორციელდეს კირხჰოფის კანონების გამოყენებით შედგენილი განტოლებების გამოყენებით ან კონტურული დენების მეთოდით.

კვანძური პოტენციალების მეთოდის გამოყენება მიუღებელია, ვინაიდან ამ შემთხვევაში დენის მნიშვნელობა შტოში დამოკიდებულია სხვა შტოებში გამავალ დენებზე, რომლებიც აინდუცირებენ ურთიერთინდუქციის ემპ-ს.

6.4. ტიპიური ამოცანების ამოხსნის მაგალითები

მაგალითი 6.1

განსაზღვრეთ ელექტრული წრედის ეკვივალენტური კომპლექსური წინაღობა (ნახ. მ.6.5), დენი და ძაბვა a და b , c და d წერტილებს შორის, თუ წრედის პარამეტრებია: $U = 130$ ვ, $r_1 = 2$ ომ და $r_2 = 3$ ომ, კოჭა $\omega L_1 = 3$ ომ, $\omega L_2 = 7$ ომ, $\omega M = 1$ ომ. ააგეთ ვექტორული დიაგრამა



ნახ. მ.6.5

ამოხსნა

თუ გავაყოლებთ თვალს დენის გავლას კოჭების ხეივებში (ნახ. მ.6.5ა), მაშინ დავრწმუნდებით, რომ თითოეულ მადგანში თვითონდუქციის და ურთიმართონდუქციის მაგნიტური ველის ნაკადები მოქმედებენ თანხვედრილად. მაშასადამე კოჭები თანხვედრილად არის შეერთებული. მოცემული წრედი შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ ჩანაცვლების სქემით (ნახ. მ.6.5ბ). ამ სქემისათვის, კირკოვის მე-2 კანონის გამოყენებით, შევადგინოთ განტოლება

$$\dot{U} = Z_1 \cdot \dot{I}_1 + Z_{12} \cdot \dot{I}_1 + Z_2 \cdot \dot{I}_1 + Z_{21} \cdot \dot{I}_1,$$

სადაც $Z_1 = r_1 + j\omega L_1 = (2 + j3) \text{ ომ};$

$$Z_2 = r_2 + j\omega L_2 = (3 + j7) \text{ ომ};$$

$$Z_{12} = Z_{21} = j\omega M = j1 \text{ ომ}.$$

ელექტრული წრედის ეკვივალენტური კომპლექსური წინაღობა

$$Z_g = Z = Z_1 + Z_2 + 2Z_{12} = 5 + j12 = 13 \cdot e^{j67^\circ 20'} \text{ ომ}.$$

საძიებელი კომპლექსური დენი:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{130}{13 \cdot e^{j67^\circ 20'}} = 10 \cdot e^{-j13e^{j67^\circ 20'}} \text{ ა}.$$

კომპლექსური ძაბვა a და b , c და d წერტილებს შორის:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}(Z_1 + Z_{12}) = 10 \cdot e^{j67^\circ 20'} (2 + j4) = 44,7 \cdot e^{-j3^\circ 50'} \text{ ვ};$$

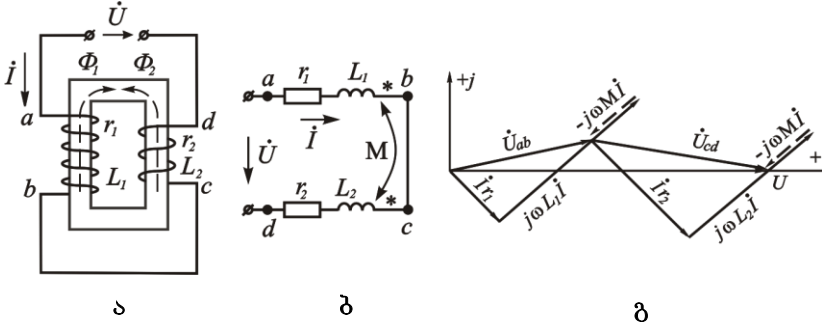
$$\dot{U}_{cd} = \dot{I}(Z_2 + Z_{21}) = 10 \cdot e^{j67^\circ 20'} (3 + j8) = 85,5 \cdot e^{j2^\circ 5'}$$

ნახ. მ.6.5გ წარმოდგენილია ვექტორული დიაგრამა. ნამდვილი ღერძის გასტვრივ გადადებულია ძაბვა U . მისგან ჩამორჩება დენის ვექტორი $67^\circ 20'$, ხოლო შემდეგ გადადებულია ძაბვის ვარდნის ვექტორები, შესაბამისად.

მაგალითი 6.2

ნახ. მ.6.6ა მოყვანილ წრედისათვის იპოვეთ დენი და ძაბვა a და b , c და d წერტილებს შორის.

მოცემულია: $r_1 = 2 \text{ ომ}$, $r_2 = 4 \text{ ომ}$, კოჭა $\omega L_1 = 6 \text{ ომ}$, $\omega L_2 = 4 \text{ ომ}$, $\omega M = 1 \text{ ომ}$. წრედზე მოდებულია $U = 100 \text{ ვ}$ ძაბვა. ააგეთ ვექტორული დიაგრამა



ნახ. მ.6.6

ამოხსნა

კოჭების შეერთება არის შემხვედრი. ნახ. მ.6.6 მოყვანილი წრედის ეკვივალენტური სქემისათვის ჩაწერეთ განტოლებები კირკჰოფის მეორე კანონის გამოყენებით:

$$\dot{U} = Z_1 \cdot \dot{I}_1 - Z_{12} \cdot \dot{I}_1 + Z_2 \cdot \dot{I}_1 - Z_{21} \cdot \dot{I}_1,$$

სადაც

$$Z_1 = r_1 + j\omega L_1 = (2 + j6) \text{ ომ};$$

$$Z_2 = r_2 + j\omega L_2 = (4 + j4) \text{ ომ};$$

$$Z_{12} = Z_{21} = j\omega M = j1 \text{ ომ}.$$

ელექტრული წრედის ეკვივალენტური კომპლექსური წინაღობა

$$Z_0 = Z = Z_1 + Z_2 - 2Z_{12} = 6 + j8 = 10 \cdot e^{j53.10^\circ} \text{ ომ}.$$

საძიებელი კომპლექსური დენი და ძაბვები:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U} + Z}{Z_1 + Z_2 - 2Z_{12}} = 10 \cdot e^{-j53.10^\circ} \text{ ა};$$

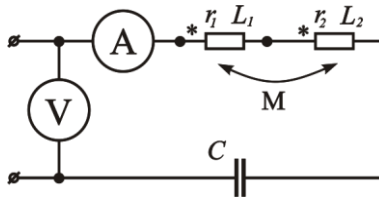
$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}(Z_1 - Z_{12}) = 53.9 \cdot e^{j15.05^\circ} \text{ ვ};$$

$$\dot{U}_{cd} = \dot{I}(Z_2 - Z_{21}) = 50 \cdot e^{-j16^\circ 20'}. \text{ ვ.}$$

ნახ. მ.6.6 წარმოდგენილია ვექტორული დიაგრამა.

მაგალითი 6.3

წრეში (ნახ. მ.6.7) შერთული ვოლტმეტრი და ამპერმეტრი აჩვენებენ $U = 88$ მვ, $I = 2,2$ მა. რას უდრის C ტევადობა, თუ $r_1 = 9,5$ ომ, $\omega L_1 = 14,6$ ომ, $r_2 = 11,6$ ომ, $\omega L_2 = 17$ ომ, $\omega M = 3,2$ ომ? წრედის დენის სიხშირეა $f = 50$ კჰც.



ნახ. მ.6.7

ამოხსნა

კომპლექსური ფორმით ჩაწერილი ომის კანონის თანახმად

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = (r_1 + r_2) + j(\omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M - \frac{1}{\omega C}).$$

სრული წინააღობის მოდული გამოვითვალოთ ხელსაწყოების ჩვენების გამოყენებით, როგორც ფარდობა

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{88 \cdot 10^{-3}}{2,2 \cdot 10^{-3}} = 40 \text{ ომ.}$$

ეს წინააღობა შესაძლებელია ვიპოვოთ გამოსახულებიდან

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + \left(\omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩასვის შემდეგ, გვექნება

$$40 = \sqrt{21,1^2 + \left(38 - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

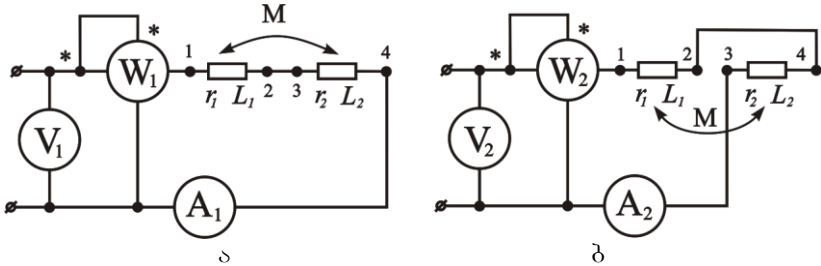
ამ განტოლების ამონახსნისას, მივიღებთ

$$\frac{1}{\omega C} = 4 \text{ ომ ან } \frac{1}{\omega C} = 72 \text{ ომ,}$$

და ბოლოს $C = 0,796$ მკფ ან $C = 0,0442$ მკფ

მაგალითი 6.4

ორი კოჭას ურთიერთიდუქციურობის განსაზღვრისათვის კოჭები შეაერთეს მიმდევრობით და შემდეგ შეუერთეს გენერატორს; ორი შემთხვევისთვის (ნახ. მ.6.8 ა და ბ) გაზომეს ძაბვა, დენი და სიმძლავრე: პირველ შემთხვევაში პირველი კოჭის მომჭერი 2 შეაერთეს მეორე კოჭის 3 მომჭერთან (ნახ. მ.6.8ა),



ნახ. მ.6.8

ხოლო მეორე შემთხვევაში – მომჭერი 2 შეუერთეს მეორე კოჭის 4 მომჭერთან (ნახ. მ.6.8ბ). გამზომი ხელსაწყოების ჩვენებებია პირველი ცდის ჩატარებისას: $U_1 = 120$ ვ; $I_1 = 12$ ა; $P_1 = 864$ ვტ.

მეორე ცდის ჩატარებისას: $U_2 = 120$ ვ, $I_2 = 10$ ა, $P_2 = 600$ ვტ.

რას უდრის კოჭების ურთიერთიდუქციურობა, თუ ცვლადი დენის სიხშირეა $f = 50$ კჰც? დაადგინეთ რომელ შეერთებისას კოჭები შეერთებულია მიმდევრობით

ამოხსნა

პირველი ცდის მონაცემებით ვიპოვოთ სქემის სრული წინაღობა z_I , მისი აქტიური r_I და რეაქტიული x_I წინაღობა :

$$z_I = \frac{U_1}{I_1} = 10 \text{ ომ}; \quad r_I = \frac{P_1}{I_1^2} = \frac{864}{144} = 6 \text{ ომ}; \quad x_I = \sqrt{z_I^2 - r_I^2} = 8 \text{ ომ}.$$

ანალოგიურად მეორე ცდის მონაცემებიდან

$$z_{II} = \frac{U_2}{I_2} = 12 \text{ ომ}; \quad r_{II} = \frac{P_2}{I_2^2} = \frac{600}{100} = 6 \text{ ომ}; \quad x_{II} = \sqrt{z_{II}^2 - r_{II}^2} = 10,4 \text{ ომ}.$$

აქტიური წინაღობების მიღებული ერთნაირი მნიშვნელობა $r_I = r_{II}$ მიუთითებს მასზე, რომ გაზომვები ჩატარდა უშეცდომოდ. ხოლო რეაქტიული წინაღობა მეორე ცდის დროს მეტია, ვიდრე პირველ ცდის დროს ($x_{II} > x_I$). ეს მიუთითებს მასზე,

რომ მეორე სქემა შეესაბამება კოჭების თანხვედნილ შეერთებას, ხოლო პირველი – შემხვედრ შეერთებას.

საძიებელი ურთიერთინდუქციურობა მოიპოვება განტოლებებიდან:

$$\omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M = x_{II}$$

$$\text{და } \omega L_1 + \omega L_2 - 2\omega M = x_I .$$

პირველი განტოლებიდან რომ გამოვაკლოდ მეორე, მივიღებთ

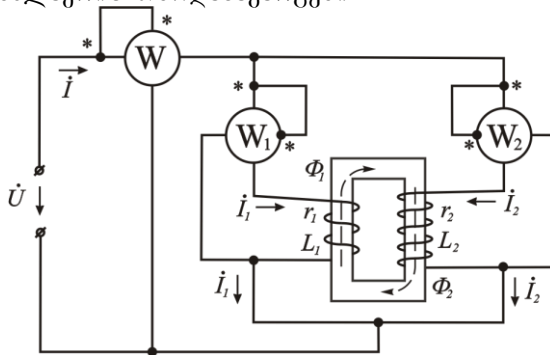
$$M = \frac{x_{II} - x_I}{4\omega} = \frac{10,4 - 8}{4 \cdot 2\pi \cdot 50} = 1,91 \text{ მჰნ} .$$

მაგალითი 6.5

მოცემულია პარალელურად შეერთებული ორი კოჭა პარამეტრებით $r_1 = 20 \text{ ომ}$, $\omega L_1 = 10 \text{ ომ}$, $r_2 = 20 \text{ ომ}$, $\omega L_2 = 20 \text{ ომ}$ და ურთიერთინდუქციის წინააღობით $\omega M = 10 \text{ ომ}$ (ნახ. მ.6.9ა).

წრედთან მიყვანილია ძაბვა $U = 150 \text{ ვ}$.

განსაზღვრეთ ყველა დენი და ააგეთ ვექტორული დიოგრამა. განსაზღვრეთ ყველა ვატმზომის ჩვენება და თითოეულ შტოში სიმძლავრის თბოდანაკარგები.



ნახ. მ.6.9ა

ამოხსნა

ნახ. მ.6.9ა –დან ჩანს, რომ კოჭები შეერთებულია მიმდევრობით, ვინაიდან თვითინდუქციის და ურთიერთინდუქციის ნაკადები განჭოლავენ კოჭებს ერთი მიმართულებით. ნახ. მ.6.9ბ მოყვანილია წრედის ჩანაცვლების სქემა.

შემოვიტანოთ აღნიშვნები

$$Z_1 = r_1 + j\omega L_1 = (20 + j10) \text{ ომ};$$

$$Z_2 = r_2 + j\omega L_2 = (20 + j20) \text{ ომ};$$

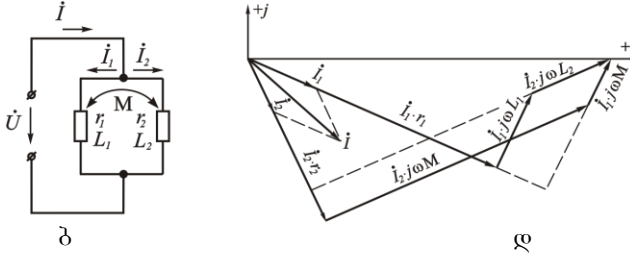
$$Z_M = j\omega M = j10.$$

კირპოვის კანონების გამოყენებით

$$\dot{U} = \dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_M; \tag{1}$$

$$\dot{U} = \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_1 Z_M; \tag{2}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2. \tag{3}$$



ნახ. მ.6.9

მივიღოთ $\dot{U} = U = 150$ ვ. შემდეგ ერთობრივად ამოვხსნათ განტოლებები (1) და (2). მივიღებთ

$$\dot{I}_1 = \dot{U} \frac{Z_2 - Z_M}{Z_1 \cdot Z_2 - Z_M^2} = 4 - j3 = 5 \cdot e^{-j36^\circ 50'} \text{ ა};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U} \frac{Z_1 - Z_M}{Z_1 \cdot Z_2 - Z_M^2} = 2 - j4 = 4,47 \cdot e^{-j63^\circ 30'} \text{ ა};$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 6 - j7 = 9,22 \cdot e^{-j49^\circ 25'} \text{ ა}.$$

(1÷3) განტოლებების გათვალისწინებით ნახ. მ.6.9დ -ზე აგებულია ვექტორული დიაგრამა. ნამდვილ ღერძზე გადადებულია \dot{U} ვექტორი. გამოთვლების საფუძველზე აგებულია \dot{I}_1 , \dot{I}_2 და \dot{I} . შემდეგ განტოლება (1)-ს საფუძველზე აგებულია ვექტორები $\dot{I}_1 \cdot r_1$, $\dot{I}_1 \cdot j\omega L_1$, $\dot{I}_2 \cdot j\omega M$. ამ ვექტორების ჯამი უდრის \dot{U} .

ანალოგურად აგებულია ვექტორები განტოლება (2) -ს გამოყენებით.

განსაზღვროთ ვატმზომების ჩვენებები:

$$P_1 = \text{Re}[\dot{U} \cdot \dot{I}_1^*] = \text{Re}[150 \cdot (4 + j3)] = 150 \cdot 4 = 600 \text{ ვტ};$$

$$P_2 = \text{Re}[\dot{U} \cdot \dot{I}_2^*] = \text{Re}[150 \cdot (2 + j4)] = 150 \cdot 2 = 300 \text{ ვტ};$$

$$P = \text{Re}[\dot{U} \cdot \dot{I}^*] = \text{Re}[150 \cdot (6 + j7)] = 150 \cdot 6 = 900 \text{ ვტ}.$$

სითფური დანაკარგები პირველ და მეორე შტოებში შესაბამისად უდრის $\Delta P_1 = I_1^2 \cdot r_1 = 5^2 \cdot 20 = 500$ ვტ;

$$\Delta P_2 = I_2^2 \cdot r_2 = 4,47^2 \cdot 20 = 400 \text{ ვტ,}$$

სოლო მათი ჯამი $\Delta P_1 + \Delta P_2$ უდრის P სიმძლავრეს, რომელიც მიეწოდება განხილულ წრეში (900 ვტ).

პირველ კოჭაში აქტიური სიმძლავრე $P_1 = 600$ ვტ, რომელიც მოიხმარება ენერჯიის წყაროდან, ნაწილობრივ იხარჯება სითბურ დანაკარგებზე ამ შტოში ($\Delta P_1 = 500$ ვტ) ხოლო დანარჩენი ნაწილი, ანუ ($600 - 500 = 100$ ვტ) მიეწოდება მაგნიტურ ველს და ურთიერთინდუქციით გადაეცემა მეორე კოჭას.

ეს ადვილად შეგვიძლია დავამტკიცოთ:

ურთიერთინდუქციით გამოწვეული ძაბვა პირველ კოჭაზე

$$\dot{U}_{1M} = Z_M \cdot \dot{I}_2 = j10(2 - j4) = (40 + j20) \text{ ვ,}$$

სოლო სიმძლავრე, რომელიც გადაეცემა პირველი კოჭიდან მეორეში, ტოლია

$$P_{1M} = [\dot{U}_{1M} \cdot \dot{I}_1^*] = \text{Re}[(40 + j20)(4 + j3)] = 40 \cdot 4 - 20 \cdot 3 = 100 \text{ ვტ}$$

ანალოგურად

$$\dot{U}_{2M} = Z_M \cdot \dot{I}_1 = j10(4 - j3) = (30 + j40) \text{ ვ,}$$

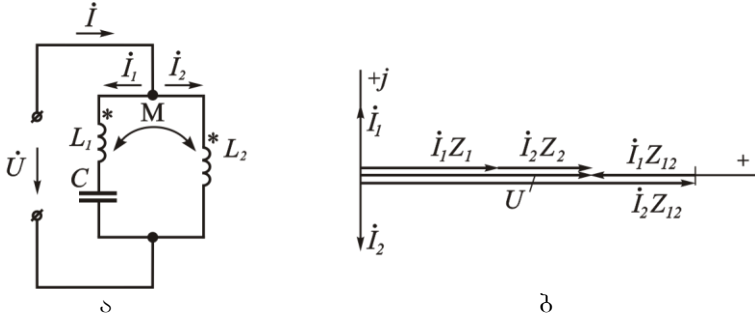
$$P_{2M} = [\dot{U}_{2M} \cdot \dot{I}_2^*] = \text{Re}[(30 + j40)(2 + j4)] = 30 \cdot 2 - 40 \cdot 4 = -100 \text{ ვტ.}$$

როგორც ვხედავთ, აქტიური სიმძლავრე რომელსაც გადასცემს პირველი კოჭა - იგივე იღენობით იღებს მეორე კოჭა! ბალანსი შენარჩუნებულია!

მაგალითი 6.6

ნახ. მ.6.10ა -ზე მოყვანილი წრედის C ტევადობის დროს ადგილი ექნება დენების რეზონანსს, თუ კვების წყაროს სიხშირე $f = 10^4$ ჰც? წრედის პარამეტრებია: ორი კოჭა $L_1 = 318$ მკჰც, $L_2 = 150$ მკჰც და $M = 124$ მკჰც.

განსაზღვრეთ ყველა დენი და ააგეთ ვექტორული დიოგრამა, თუ წრედთან მიყვანილია ძაბვა $U = 40$ მვ .



ნახ. მ.6.10

ამოხსნა

ავლნიშნოთ $Z_1 = j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}\right)$; $Z_2 = j\omega L_2$; $Z_{12} = j\omega M$.

კირპგოფის კანონების თანახმად

$$\dot{U} = \dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_{12} \quad \text{და} \quad \dot{U} = \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_1 Z_{12}.$$

ამ განტოლებების ერთობრივი ამოხსნისას მივიღებთ

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}(Z_2 - Z_{12})}{Z_1 \cdot Z_2 - Z_{12}^2}; \tag{1}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}(Z_1 - Z_{12})}{Z_1 \cdot Z_2 - Z_{12}^2}; \tag{2}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}(Z_1 + Z_2 - 2 \cdot Z_{12})}{Z_1 \cdot Z_2 - Z_{12}^2}. \tag{3}$$

ვინაიდან წრედი შეიცავს მხოლოდ რეაქტიულ ელემენტებს, მაშინ დენების რეზონანს პირობა დაიყვანება იმაზე, რომ წრედის განუშტოებულ უბანში დენი უნდა უდრიდეს ნულს.

მაშინ მე-3 განტოლებიდან მრიცხველი გაუტოლოდ ნულს და გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ, რომ

$$C = \frac{1}{\omega^2(L_1 + L_2 - 2M)} = \frac{1}{(2\pi \cdot 10^4)^2 (318 + 159 - 2 \cdot 124) \cdot 10^{-6}} = 1,1 \text{ მკფ.}$$

ამასთან შესამოწმებელია, რომ მნიშვნელი უნდა იყოს ნულისგან განსხვავებული.

დენების გამოთვლას ვაწარმოებთ (1) და (2) განტოლებების გამოყენებით:

$$\dot{I}_1 = j17,6 \cdot 10^{-3} \text{ ა} = j17,6 \text{ მა}; \quad \dot{I}_2 = -j17,6 \cdot 10^{-3} \text{ ა} = -j17,6 \text{ მა}.$$

დენების და ძაბვების დიოგრამები მოყვანილია ნახ. მ.6.10ბ