

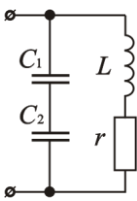
თავი V. რეზონანსი ელემენტრულ წრედებში

მაგალითი 5.1

ნახ.5.1. მოყვანილი წრედისათვის იპოვეთ რეზონანსის დადგომის პირობა და სიხშირის გამოსათვლელი გამოსახულება.

*ამოხსნა*

ვინაიდან წრედის ელემენტების პარალელური შეერთებისას საერთო შემავალი გამტარობა  $y(\omega)$  უდრის ელემენტების გამტარობების ჯამს, მაშინ



$$\begin{aligned}
 y(\omega) &= j\omega \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + \frac{1}{r + j\omega L} = j\omega C_3 + \frac{r - j\omega L}{r^2 - \omega^2 L^2} = \\
 &= j\omega C_3 + \frac{r}{r^2 - \omega^2 L^2} - \frac{j\omega L}{r^2 - \omega^2 L^2} = \\
 &= \frac{r}{r^2 - \omega^2 L^2} + j\left(\omega C_3 - \frac{\omega L}{r^2 - \omega^2 L^2}\right),
 \end{aligned}$$

ნახ.5.1 ხოლო მისი რეაქტიული წინააღობის წარმოსახვითი ნაწილი ( $b(\omega) = 0$ ) უნდა უდრიდეს ნულს. მაშინ რეზონანსის დადგომის პირობას ექნება სახე:

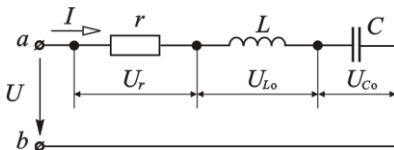
$$C_3 = \frac{L}{r^2 - \omega_0^2 L^2}.$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ  $\omega = 2\pi f_0$ , მაშინ მიღებული გამოსახულებიდან ადვილად დგინდება რეზონანსული სიხშირე

$$f_0 = \frac{1}{\pi L} \sqrt{\frac{r^2 C_3 - L}{C_3}} = \frac{1}{\pi L} \sqrt{r^2 - \frac{L}{C_3}} = \frac{1}{\pi L} \sqrt{r^2 - \frac{L \cdot (C_1 + C_2)}{C_1 \cdot C_2}}.$$

მაგალითი 5.2

წრედი პარამეტრებით: აქტიური წინააღობა  $r = 100$  ომ; კოჭა



$L = 5,05$  მჰნ ინდუქციურობით და კონდენსატორი  $C = 0,05$  მკვ ტევადობით - შეერთებულია მიმდევრობით. მოყვანილი წრედის (იხ.ნახ.5.2) იპოვეთ:

ნახ.5.2

- წრედის რეზონანსული სიხშირე,  $U_{L0}$  და  $U_{C0}$  ძაბვების მნიშვნელობები;

- კონტურის ვარგისობა, მახასიათებელი წინაღობა, მიღევა და გატარების ზოლი.
- რა სიხშირეებზე ძაბვები კონდენსატორზე და კოჭაზე მიად-  
წვევენ მაქსიმალურ მნიშვნელობებს  $U_{L\max}$  და  $U_{C\max}$  ?
- რა მნიშვნელობებს მიიღებენ საძიებელი პარამეტრები, თუ წრედზე მოდებული ცვლადი სიხშირის ძაბვის მოქმედი მნიშვნელობაა  $U = 10$  ვ?

**ამოხსნა.**

ძაბვის რეზონანსის დადგომის პირობაა  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ , ანუ

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . ვინაიდან  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , მაშინ რეზონან-  
სური სიხშირე

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{5,05 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05 \cdot 10^{-6}}} = \frac{6,28 \cdot 10^4}{2 \cdot 3,14} = 10^4 \text{ ჰც.}$$

ძაბვები  $U_{L0} = U_{C0}$  რეზონანსის დროს ერთმანეთის ტოლია, მაგრამ საპირისპიროთ არიან მიმართული. ამიტომ

$$U_{L0} = I \cdot \omega L = \frac{U}{r} \cdot \omega L = \frac{U}{r} \cdot 2\pi \cdot f \cdot L = \frac{10}{100} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 10^4 \cdot 5,05 \cdot 10^{-3} = 32 \text{ ვ}$$

**კონტურის ვარგისობა**

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\rho}{r} = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{r\omega_0 C} = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{100} \cdot \sqrt{\frac{5,05 \cdot 10^{-3}}{0,05 \cdot 10^{-6}}} = 3,18.$$

**მახასიათებელი წინაღობა** – რეაქტიული ელემენტების წინა-  
ღობა რეზონანსის დროს

$$\rho = rQ = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{5,05 \cdot 10^{-3}}{0,05 \cdot 10^{-6}}} = 318 \text{ ომ,}$$

**კონტურის მიღევა**  $d = \frac{1}{Q} = \frac{1}{3,18} = 0,314,$

**გატარების ზოლი** განისაზღვრება იმ პირობიდან გამომდინარე, რომ დენი  $f_1$  და  $f_2$  სიხშირეებზე, რომლებიც შეესაბამება ზო-  
ლის საზღვრებს, მცირდება  $\sqrt{2}$  -ჯერ.

თეორიდან ცნობილია თუ რა სიხშირეებზე დაბევები კონდენსატორზე და კოჭაზე აღწევენ მაქსიმალურ მნიშვნელობებს  $U_{L\max}$  და  $U_{C\max}$ . ამოცანის გადასატრედად ჯერ საზღვრავენ

$$\omega_L = \omega_0 \sqrt{\frac{2}{2-d^2}} = 6,28 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{2}{2-0,314^2}} = 6,45 \cdot 10^4 \text{ წმ}^{-1}$$

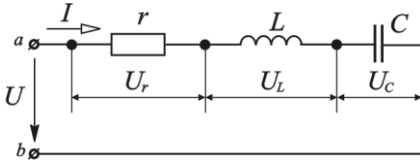
შემდეგ 
$$\omega_C = \omega_0 \sqrt{\frac{2-d^2}{2}} = 6,28 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{2-0,314^2}{2}} = 6,13 \cdot 10^4 \text{ წმ}^{-1}$$

და 
$$f_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = 10250 \text{ კც}; \quad f_C = \frac{\omega_C}{2\pi} = 9750 \text{ კც};$$

ხოლო 
$$U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{2U}{d\sqrt{4-d^2}} = \frac{2 \cdot 10}{0,314\sqrt{4-0,314^2}} = 32,2 \text{ ვ}$$

### მაგალითი 5.3

ელექტრული წრედი შედგება მიმდევრობით შეერთებული აქტიური წინაღობიდან  $r=10\text{ომ}$ ; ინდუქციურობის კოჭისაგან  $L=100\text{მკჰ}$  და კონდენსატორიდან  $C=100\text{პკე}$  ტევალობით.



**იპოვეთ:** რეზონანსული სიხშირე  $\omega_0$ , მახასიათებელი წინაღობა  $\rho$ , მილევა  $d$  და კონტურის ვარგისობა  $Q$ . რას უდრის  $I_0$ , წრედში

მოსმარებული სიმძლავრე  $P_0$ , დაბევები ინდუქციურობაზე  $U_{L0}$  და ტევალობაზე  $U_{C0}$  რეზონანსის დროს, თუ კონტური შერთულია დაბვაზე  $U=1\text{ვ}$ ? გამოთვალეთ კონტურის გატარების ზოლის აბსოლუტური მნიშვნელობა.

### ამოხსნა

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-12}}} = 10^7 \text{ წმ}^{-1},$$

ვინაიდან  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , მაშინ რეზონანსური სიხ-

შირე 
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{10^7}{2 \cdot 3,14} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ კც} = 1,6 \text{ მკც}.$$

მახასიათებელი წინაღობა – რეაქტიული ელემენტების წინა-  
ღობა რეზონანსის დროს

$$\rho = rQ = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-6}}} = 1000 \text{ ომ};$$

კონტურის მილევა  $d = \frac{1}{Q} = \frac{r}{\rho} = \frac{10}{1000} = 0,01;$

კონტურის ვარგისობა  $Q = \frac{\rho}{r} = \frac{1000}{10} = 100;$

რეზონანსური დენი  $I_0 = \frac{U}{r} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ ა} = 100 \text{ მა};$

აქტიური სიმძლავრე  $P_0 = I_0^2 \cdot r = 0,1^2 \cdot 10 = 0,1 \text{ ვტ} = 100 \text{ მვტ};$

ძაბვები ინდუქციურობაზე  $U_{L0}$  და ტევადობაზე  $U_{C0}$  რეზონან-  
სის დროს ერთმანეთის ტოლია მხოლოდ საპირისპიროდ არიან  
მიმართული

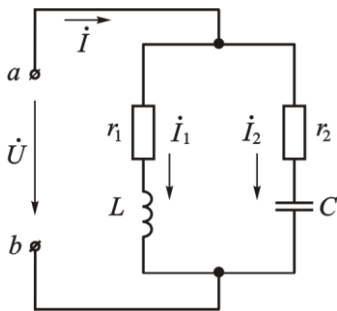
$$U_{L0} = U_{C0} = I_0 \cdot \rho = 0,1 \cdot 1000 = 100 \text{ ვ};$$

კონტურის გატარების ზოლის აბსოლუტური მნიშვნელობა

$$S_\omega = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} = \frac{1,6 \cdot 10^6}{100} = 16000 \text{ ჰც} = 16 \text{ კჰც}$$

### მაგალითი 5.4

იპოვეთ პარალელური კონტურის (იხ. ნახ.5.4) რეზონანსული  
სიხშირე  $\omega_0$  და სრული წინაღობა, თუ ელექტრული წრედის



ნახ.5.4

პარამეტრებია: აქტიური წინაღობები

$r_1 = 9 \text{ ომ}$  და  $r_2 = 1 \text{ ომ}$ , კოჭა

$L = 100 \text{ მჰკჰნ}$  ინდუქციურობით და

კონდენსატორი  $C = 100 \text{ პკუ}$

ტევადობით.

გამოთვალეთ რეზონანსის დროს  
პარალელულ შტოებში გამავალი  
დენები და კონტურში დახარჯული  
სიმძლავრე, თუ კონტურის მომჭერე-  
ბზე მოდებული ძაბვა  $U = 200 \text{ ვ}$

ტოლია

**ამოხსნა**

ამ შემთხვევაში დანაკარგი მცერვა ვინაიდან **ვარგისობა**

$(Q \gg 1)$ . ნამდვილად  $Q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{r_1 + r_2} = \frac{\sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-4}}{100 \cdot 10^{-12}}}}{9 + 1} = 100$ . ამიტომ

რეზონანსური **კუთხური სიხშირე** გამოითვლება მიხსლოვებული ფორმულით  $\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{100 \cdot 10^{-4} \cdot 100 \cdot 10^{-12}}} = 10^7 \text{ წმ}^{-1}$ ;

ხოლო **რეზონანსური სიხშირე**  $f_0 \approx \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = \frac{10^7}{2 \cdot \pi} = 1,6 \text{ მგჰც}$ .

**კონტურის წინაღობა** რეზონანსის დროს

$$r_0 = \frac{L}{(r_1 + r_2) \cdot C} = \frac{100 \cdot 10^{-4}}{(9 + 1)100 \cdot 10^{-12}} = 10^5 \text{ ომ} = 100 \text{ კომ.}$$

თითოეულ შტოში **რეზონანსული დენის** სიდიდეა:

$$I_{10} = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + (\omega_0 L)^2}} = \frac{200}{\sqrt{9^2 + 1000^2}} \approx 0,2 \text{ ა};$$

$$I_{20} = \frac{U}{\sqrt{r_2^2 + \left(\frac{1}{\omega_0 C}\right)^2}} = \frac{200}{\sqrt{1^2 + 1000^2}} \approx 0,2 \text{ ა}.$$

$$I_0 = \frac{U}{r_0} = \frac{200}{10^5} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ ა} = 2 \text{ მა}.$$

**კონტურში დახარჯული აქტიური სიმძლავრე:**

$$P_0 = I_0^2 \cdot r_0 = (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10^5 = 0,4 \text{ ვტ}.$$

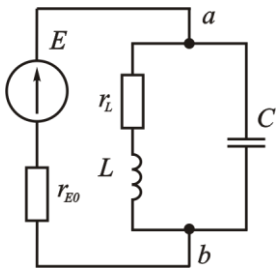
იგივე სიმძლავრე დაითვლება შტოებში გამავალი დენების გა-  
მოყენებით, ანუ  $P_0 = I_1^2 \cdot r_1 + I_2^2 \cdot r_2 = 0,2^2 \cdot (1 + 9) = 0,4 \text{ ვტ}$ .

### მაგალითი 5.5

პარალელური კონტურის ელექტრული წრედის (იხ. ნახ.5.5) პარამეტრები: კოჭას აქტიური წინაღობაა  $r_L = 16,3 \text{ ომ}$ , კოჭას ინდუქციურობაა  $L = 338 \text{ მკჰნ}$  და კონდენსატორის ტევადობაა  $C = 300 \text{ პკფ}$ . კონტურს კვებავს ძაბვის გენერატორი რომლის ე.მ.ძ.  $E = 200 \text{ ვ}$  და შიდა წინაღობა  $r_{E0} = 69 \text{ კომ}$

გამოთვალეთ კონტურის ეკვივალენტური ვარგისობა და მისი გატარების ზოლი. რეზონანსის დროს იპოვეთ კონტურში გამავალი ყველა დენები და მოხმარებული სიმძლავრე.

#### ამოხსნა



ნახ.5.5

მოცემული კონტურისათვის გამოვთვალოთ კუთხური რეზონანსური სისშირე

$$\omega_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = 3,14 \cdot 10^6 \text{ წმ}^{-1};$$

$$f_{\phi} = \frac{\omega_{\phi}}{2 \cdot \pi} = 500 \text{ კჰც}.$$

მასსიათებელი წინაღობა – რეაქტიული ელემენტების წინაღობა რეზონანსის დროს

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{338 \cdot 10^{-6}}{300 \cdot 10^{-12}}} = 1060 \text{ ომ};$$

კონტურის ვარგისობა  $Q = \frac{\rho}{r_L} = \frac{1060}{16,3} = 65;$

$$r_{\phi} = \frac{\rho^2}{r_L} \cdot \frac{r_L}{r_L} = \left(\frac{\rho}{r_L}\right)^2 \cdot r_L = Q^2 \cdot r_L = 69 \text{ კომ}.$$

იმ შემთხვევაში როდესაც ვარგისობა  $Q \gg 1$ , მაშინ მოცემული კონტურის ეკვივალენტური  $Q_{\text{ეკვ}}$  ვარგისობა ძაბვის გენერატორის შიდა წინაღობის გათვალისწინებით და  $S$  კონტურის გამტარობის ზოლი განისაზღვრება ფორმულებით:

$$Q_{\text{ეკვ}} = \frac{Q}{1 + \frac{r_{\phi}}{r_{E0}}} = \frac{65}{1 + \frac{69}{69}} = 32,5; \quad S = \frac{f_{\phi}}{Q_{\text{ეკვ}}} = \frac{500000}{32,5} = 15400 \text{ პკფ}$$

რეზონანსის პირობებში ვიპოვოთ კონტურის შტოებში გამავალი დენები და სიმძლავრეები

$$I_{\phi} = \frac{E}{r_{E0} + r_{\phi}} = \frac{200}{(69 + 69)10^3} = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ ა} = 1,45 \text{ მა};$$

$$U_{\phi} = I_{\phi} \cdot r_{\phi} = 1,45 \cdot 10^{-3} \cdot 69 \cdot 10^3 = 100 \text{ ვ};$$

$$I_{1\phi} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (\omega_{\phi} L)^2}} = \frac{100}{\sqrt{16,3^2 + 1060^2}} = 94,2 \text{ მა};$$

$$I_{2\phi} = U \cdot \omega_{\phi} \cdot C = U \cdot 2\pi \cdot f \cdot C = 100 \cdot 2\pi \cdot 500 \cdot 10^3 \cdot 300 \cdot 10^{-12} = 94,2 \text{ მა};$$

$$P_{E\phi} = E \cdot I_{\phi} \cdot C = 200 \cdot 1,45 \cdot 10^{-3} = 0,29 \text{ ვტ};$$

$$P_{r_{E0}\phi} = I_{\phi}^2 \cdot r_{E0} = (1,45 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 69 \cdot 10^3 = 0,145 \text{ ვტ}$$

$$P_{\phi} = I_{\phi}^2 \cdot r_{\phi} = (1,45 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 69 \cdot 10^3 = 0,145 \text{ ვტ}$$

### მაგალითი 5.6

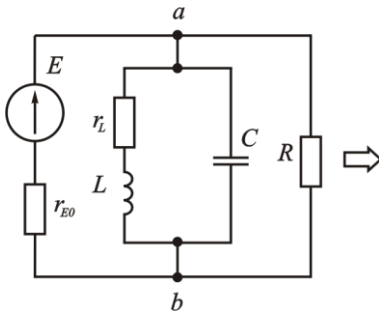
პარალელური კონტურის ელექტრული წრედის (იხ. ნახ.5.6.1) პარამეტრებია: კოჭას აქტიური წინაღობაა  $r_L = 16,3 \text{ ომ}$ , კოჭას ინდუქციურობაა  $L = 338 \text{ მკჰნ}$  და კონდენსატორის ტევადობაა  $C = 300 \text{ პკფ}$ . კონტურს კვებავს ძაბვის გენერატორი რომლის ე.მ.ძ.  $E = 200 \text{ ვ}$  და შიდა წინაღობა  $r_{E0} = 69 \text{ კომ}$

გამოთვალეთ კონტურის ეკვივალენტური ვარგისობა და მისი გატარების ზოლი, თუ კონტური დაიტვირთება აქტიურ წინაღობაზე  $R = 138 \text{ კომ}$ . განსაზღვრეთ რეზონანსის დროს ყველა დენი

და კონტურში და დატვირთვაში მოხმარებული სიმძლავრე.

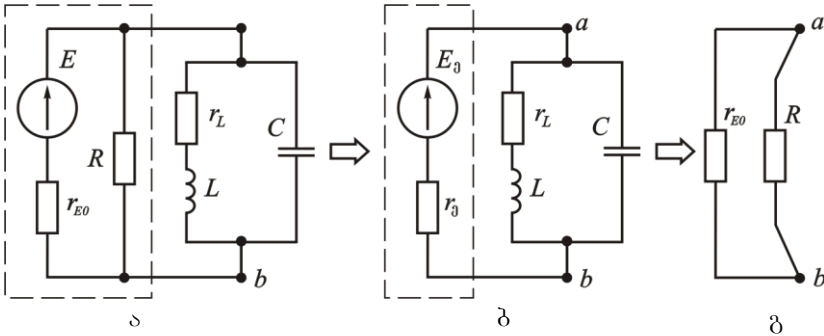
### ამოხსნა

ამ ამოცანის ამოხსნა გამარტივდება, თუ  $a$  და  $b$  მომჭერების მიმართ გადავადგილებთ დატვირთვის  $R$  წინაღობას ისე, რომ ჩართვის სქემა არ დაირღვეს ისე როგორც მოყვანილია ნახ.5.6.2.ა. პუნქტირით შემოსაზღვრული წრედის ელემენტებით



ნახ.5.6.1

შეგვიძლია ჩავანაცლოთ ეკვივალენტური ძაბვის გენერატორით ემპით  $E_{\text{გ}}$  და შიდა წინაღობით  $r_{\text{გ}}$  (იხ. ნახ.5.6.2 ბ).  $E_{\text{გ}}$  განსაზღვრი-



ნახ.5.6.2

სათვის გამოვროთო პარალელურად მდებარე კონტური და გამოვთვალოთ უქმი სვლის ძაბვა  $U_{ab}$  რომელიც უდრის  $E_{\text{გ}}$ :

$$E_{\text{გ}} = \frac{E \cdot R}{r_{E0} + R} = \frac{200 \cdot 138}{69 + 138} = 133 \text{ ვ.}$$

მოკლე ჩართვის წინაღობა უდრის ეკვივალენტური გენერატორის შიდა წინაღობას (იხ. ნახ.5.6.2 გ):

$$r_{\text{გ}} = \frac{r_{E0} \cdot R}{r_{E0} + R} = \frac{69 \cdot 138}{69 + 138} = 46 \text{ კომ.}$$

წინა ამოცანის ანალოგურად - იმ შემთხვევაში როდესაც ვარგისობა  $Q \gg 1$ , მაშინ მოცემული კონტურის ეკვივალენტური  $Q_{\text{მკვ}}$  ვარგისობა ძაბვის გენერატორის შიდა წინაღობის გათვალისწინებით და  $S$  კონტურის გამტარობის ზოლი განისაზღვრება ფორმულებით:

$$Q_{\text{მკვ}} = \frac{Q}{1 + \frac{r_{\text{გ}}}{r_{\text{გ}}}} = \frac{65}{1 + \frac{69}{46}} = 26; \quad S = \frac{f_{\text{რ}}}{Q_{\text{მკვ}}} = \frac{500000}{32,5} = 19200 \text{ ჰც.}$$

უნდა აღინიშნოს, რომ დატვირთვის წინაღობის მიერთებით ამცირებს ვარგისობას და ზრდის გამტარობის ზოლს.



ვიპოვოთ კონტურის განუშტოებულ ნაწილში, შტოებში და დატვირთვაში გამავალი დენები და ძაბვის გენერატორში, დატვირთვაში, კონტურში გამოყოფილი სიმძლავრეები:

$$I_{\phi} = \frac{E}{r_{E0} + \frac{r_{\phi} R}{r_{\phi} + R}} = \frac{200}{\left(69 + \frac{138 \cdot 69}{138 + 69}\right)} = 1,74 \text{ მა};$$

$$U_{\phi} = E - I_{\phi} \cdot R = 200 - 1,74 \cdot 10^3 \cdot 69 \cdot 10^3 = 80 \text{ ვ};$$

$$I_{1\phi} = \frac{U_{\phi}}{\sqrt{r_L^2 + (\omega_{\phi} L)^2}} = \frac{80}{\sqrt{16,3^2 + 1060^2}} = 75,5 \text{ მა};$$

$$I_{2\phi} = \frac{U_{\phi}}{\frac{1}{\omega_{\phi} C}} = 75,5 \text{ მა};$$

$$I_{R\phi} = \frac{U_{\phi}}{R} = 0,58 \text{ მა}$$

$$P_{E\phi} = E \cdot I_{\phi} = 200 \cdot 1,74 \cdot 10^{-3} = 0,348 \text{ ვტ};$$

$$P_{r_{E0}\phi} = I_{\phi}^2 \cdot r_{E0} = (1,74 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 69 \cdot 10^3 = 0,209 \text{ ვტ}$$

$$P_{\text{გაბტ}\phi} = I_{1\phi}^2 \cdot r_L = (75,5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 16,3 = 0,093 \text{ ვტ}$$

$$P_{\phi} = I_{R\phi}^2 \cdot r_{\phi} = (0,58 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 69 \cdot 10^3 = 0,046 \text{ ვტ}$$