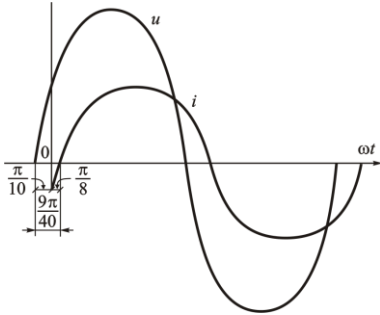


ამოცანა 3.1

მოცემული სინუსოიდალური ძაბვის $u = 100 \sin(157t + \frac{\pi}{10})$ და



ნახ.3.1.1

დენის $i = 5 \sin(157t - \frac{\pi}{8})$

გამოსახულების გამოყენებით იპოვეთ ძაბვისა და დენს შორის ფაზათა წანაცვლება.

განსაზღვრეთ პერიოდი, სიხშირე, და დროის ის მომენტი როდესაც ძაბვის და დენის ნახევარპერიოდები იღებენ დადებით მნიშვნელობებს.

ამოხსნა

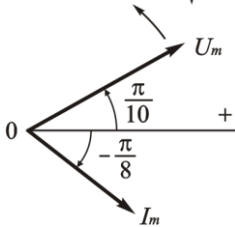
პერიოდი და სიხშირე

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14}{157} = 0,04 \text{ წმ}; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,04} = 25 \text{ კც.}$$

$$\omega = 157 \text{ წმ}^{-1}$$

დენი ჩამორჩება ძაბვას კუთხით

$$\varphi = \frac{\pi}{10} - \left(-\frac{\pi}{8}\right) = \frac{9\pi}{40} \text{ რად, ანუ } 40^{\circ}30'.$$



ძაბვის დადებითი ნახევარპერიოდის დაწყების მომენტის დადგენისათვის ტრიგონომეტრიული ფუნქციის

არგუმენტი $157t + \frac{\pi}{10}$ გაუტოლოთ ნულს,

ნახ.3.1.2 ანუ $157t + \frac{\pi}{10} = 0$. აქედან

$$t_{u \geq 0} = \frac{-\frac{\pi}{10}}{\omega} = \frac{-\pi}{10} \cdot \frac{T}{2\pi} = -\frac{T}{20} = -0,002 \text{ წმ} = -2 \text{ მწმ.}$$

ანალოგურად დენისათვის $157t - \frac{\pi}{8} = 0$

$$t_{i \geq 0} = \frac{\frac{\pi}{8}}{\omega} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{T}{2\pi} = \frac{T}{16} = 0,0025 \text{ წმ} = 2,5 \text{ მწმ.}$$

ამოცანა 3.2

ანალიტიკურად და ვექტორული დიაგრამით იპოვეთ ორი ცვლადი დენების $i_1 = 100 \sin(\omega t + 30^\circ)$ მა და $i_2 = 120 \sin(\omega t - 45^\circ)$ მა ჯამი და სხვაობა

ამოხსნა

ვიპოვოთ დენების ჯამი:

$$i_\Sigma = i_1 + i_2 = 100 \sin(\omega t + 30^\circ) + 120 \sin(\omega t - 45^\circ) = I'_m \sin(\omega t + \varphi').$$

I'_m და φ' გამოითვლება ცნობილი ფორმულებით

$$\left. \begin{aligned} A_m &= \sqrt{A_{1m}^2 + A_{2m}^2 + 2A_{1m}A_{2m} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}; \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{A_{1m} \sin \varphi_1 + A_{2m} \sin \varphi_2}{A_{1m} \cos \varphi_1 + A_{2m} \cos \varphi_2}. \end{aligned} \right\}$$

თუ $A_{1m} = I_{1m} = 100$; $A_{2m} = I_{2m} = 150$; $\varphi_1 = 30^\circ$; $\varphi_2 = -45^\circ$;

$$I'_m = \sqrt{100^2 + 120^2 + 2 \cdot 100 \cdot 120 \cdot \cos 75^\circ} = 175 \text{ მა};$$

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{100 \sin 30^\circ + 120 \sin(-45^\circ)}{100 \cos 30^\circ + 120 \cos(-45^\circ)} = -0,179;$$

$$\varphi' = -10^\circ 10'.$$

ვიპოვოთ დენების სხვაობა:

$$i_- = i_1 - i_2 = 100 \sin(\omega t + 30^\circ) - 120 \sin(\omega t - 45^\circ).$$

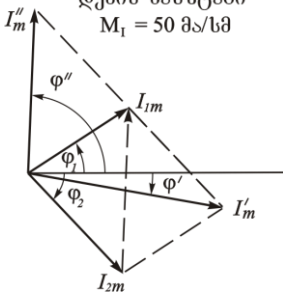
თუ გამოვიყენებთ ტრიგონომეტრიულ ფორმულას $-\sin \alpha = \sin(\alpha + 180)$,

მაშინ დენების სხვაობის გამოსახულება გადაიწერება სახით

$$i_- = i_1 - i_2 = 100 \sin(\omega t + 30^\circ) + 120 \sin(\omega t + 135^\circ) = I''_m \sin(\omega t + \varphi''), \text{ სა-}$$

დაც $I''_m = \sqrt{100^2 + 120^2 + 2 \cdot 100 \cdot 120 \cdot \cos(-105^\circ)} = 135 \text{ მა};$

დენის მასშტაბი
 $M_1 = 50 \text{ მა/სმ}$



$$\operatorname{tg} \varphi'' = \frac{100 \sin 30^\circ + 120 \sin 135^\circ}{100 \cos 30^\circ + 120 \cos 135^\circ} = 19,4;$$

$$\varphi'' = 87^\circ.$$

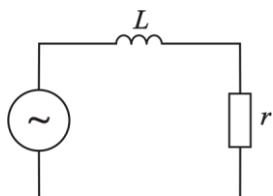
იგივე რეზულტატის მიღება შესაძლებელია ვექტორული დიაგრამით ნახ.3.2

ნახ.3.2

ამოცანა 33

კოჭა $r = 10 \text{ომ}$ აქტიური წინაღობით და $L = 0,05 \text{ჰნ}$ ინდუქციური
რობით მიერთებულია სინუსოიდალური ძაბვის წყაროსთან,
რომლის მოქმედი მნიშვნელობა $U_m = 120 \text{ვ}$, ხოლო სიხშირე

$$f = 50 \text{ჰც}.$$



ნახ.3.3.1

იპოვეთ კოჭას სრული წინააღობა,
დენი და ფაზათა წანაცვლება დენსა და
ძაბვას შორის.

რას უდრის აქტიური, რეაქტიული და
სრული სიმძლავრეები?

გამოთვალეთ კოჭას მომჭერებზე
ძაბვის აქტიური და რეაქტიული
მდგენელები.

რას უდრის კოჭას თვითინდუქციის ემძ.

ააგეთ ძაბვის და დენის ვექტორული დიაგრამა.

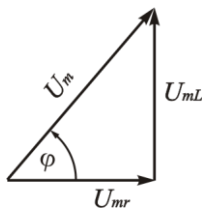
ჩათვალეთ, რომ დენი იცვლება სინუსოიდალურად
($i = I_m \sin \omega t$). ამ შემთხვევისთვის დაწერეთ განტოლებები, რომ-
ლებიც ასახავენ: აქტიურ u_r , რეაქტიულ u_L მდგენელების და
მთლიანი u ძაბვის მოდებულ, და აქტიურ p_r , რეაქტიულ
 p_L და სრული p სიმძლავრის მყისიერ მნიშვნელობათა და
მაგნიტური ველის ენერჯიის $W_{მ.გ.}$ მყისიერ მნიშვნელობათა
ცვლილებას.

ამოხსნა

ვინაიდან $x_L = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,05 = 15,7 \text{ომ};$

$$z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{10^2 + 15,7^2} = 18,6 \text{ომ};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{r} = 1,57; \quad \varphi = 57^\circ 30';$$



ნახ.3.3.2

$$I = \frac{U}{z} = \frac{120}{18,6} = 6,45 \text{ა};$$

$$P = I^2 r = 6,45^2 \cdot 10 = 416 \text{ვტ};$$

$$Q = I^2 x = 6,45^2 \cdot 15,7 = 653 \text{ვარ};$$

$$S = I^2 z = 6,45^2 \cdot 18,6 = 773 \text{ვა}$$

$$U_r = I \cdot r = 6,45 \cdot 10 = 64,5 \text{ვ};$$

$$U_L = I \cdot x_L = 6,45 \cdot 15,7 = 103 \text{ ვ}; \quad E_L = -U_L = -103 \text{ ვ}.$$

ძაბვების ვექტორული დიაგრამა მოყვანილია ნახ.3.3.2-ზე.

საძიებელი პარამეტრების მყისიერ მნიშვნელობათა ცვლილებების განტოლებები დაიწერება შემდეგი სახით:

$$i = I_m \sin \omega t = 6,45 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega t = 9,1 \sin \omega t, \text{ ა};$$

$$u_r = i \cdot r = I_m \cdot r \cdot \sin \omega t = 91 \cdot \sin \omega t, \text{ ვ};$$

$$u_L = i \cdot x_L = I_m \cdot \omega L \cdot \cos \omega t = 146 \cdot \cos \omega t, \text{ ვ};$$

$$u = U_m \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{U_r^2 + U_L^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi) =$$

$$= \sqrt{64,5^2 + 103^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi) = 171,35 \cdot \sin(\omega t + 57^\circ 30'), \text{ ვ};$$

$$p_r = i \cdot u_r = I_m^2 \cdot r \cdot \sin^2 \omega t = I_m^2 \cdot r \cdot \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = (I \cdot \sqrt{2})^2 r \cdot \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} =$$

$$= I^2 \cdot r \cdot (1 - \cos 2\omega t) = 416(1 - \cos 2\omega t), \text{ ვტ};$$

$$p_L = i \cdot u_L = I_m \cdot \sin \omega t \cdot I_m \cdot \omega L \cdot \cos \omega t = I_m^2 \cdot \omega L \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t =$$

$$= (I \cdot \sqrt{2})^2 \omega L \cdot \frac{\sin 2\omega t}{2} = I^2 \cdot \omega L \cdot \sin 2\omega t = 653 \sin 2\omega t, \text{ ვარ};$$

$$p = i \cdot u = I_m \cdot \sin \omega t \cdot U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) = I \cdot \sqrt{2} \cdot U \sqrt{2} \cdot \frac{\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)}{2} =$$

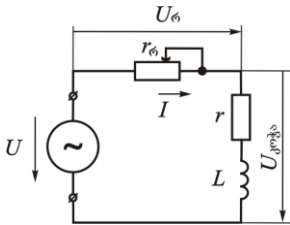
$$= IU [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] = 416 - 773 \cos(2\omega t + 57^\circ 30'), \text{ ვა};$$

$$w_m = \frac{L \cdot i^2}{2} = \frac{L \cdot I_m^2}{2} \cdot \sin^2 \omega t = \frac{L \cdot (I \cdot \sqrt{2})^2}{2} \cdot \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} =$$

$$= \frac{L \cdot I^2}{2} \cdot (1 - \cos 2\omega t) = 1,04 \cdot (1 - \cos 2\omega t), \text{ ჯლ}.$$

მომდევნო ანალიზისათვის მიღებული განტოლებებით შესაძლებელია აიგოს შესაბამისი მახასიათებელი მრუდები.

ამოცანა 34



ნახ.3.4.1

$r_0 = 20 \text{ ომ}$ აქტიური წინაღობის მქონე რეოისტატთან მიმდევრობით მიერთებულია კოჭა პარამეტრებით $r = 6,7 \text{ ომ}$ და $L = 42,7 \text{ მჰნ}$. განსაზღვრეთ წრედში გამავალი დენი, დენის და ძაბვის შორის ფაზათა სხვაობა, ძაბვები რეოისტატზე და კოჭაზე თუ კვების წყაროს მოქმედი მნიშვნელობა $U = 220 \text{ ვ}$.

ცვლადი დენის სისშირე $f = 50$ კც. გამოთვალეთ აქტიური, რეაქტიული და სრული სიმძლავრეები. ააგეთ ვექტორული დიოგრამა.

ამოხსნა

$$\omega L = 2\pi \cdot 50 \cdot 42,7 \cdot 10^{-3} = 13,4 \text{ ომ};$$

$$z_{\text{კოჭა}} = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{6,7^2 + 13,4^2} = 15 \text{ ომ};$$

წრედის ეკვივალენტური წინაღობა $r_{\text{ე}}$ ტოლია:

$$z_{\text{ე}} = \sqrt{(r_{\text{ო}} + r)^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{26,7^2 + 13,4^2} = 29,9 \text{ ომ}.$$

წრედში გადის დენი $I = \frac{U}{z_{\text{ე}}} = \frac{220}{29,9} = 7,35 \text{ ა}.$

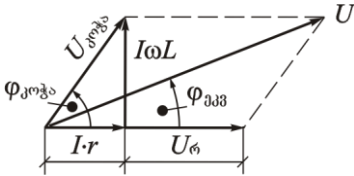
ძაბვის და დენის ფაზათა სხვაობა განისაზღვრება თანაფარდობიდან

$$\text{tg}\varphi_{\text{ე}} = \frac{\omega L}{r_{\text{ო}} + r} = \frac{13,4}{26,7} = 0,5; \quad \varphi_{\text{ე}} = 26^{\circ}30'.$$

ძაბვები რეოსტატზე და კოჭაზე:

$$U_{\text{ო}} = I \cdot r_{\text{ო}} = 7,35 \cdot 20 = 147 \text{ ვ};$$

$$U_{\text{კოჭა}} = I \cdot z_{\text{კოჭა}} = 7,35 \cdot 15 = 110 \text{ ვ}.$$



წყაროს და კოჭას დაბევბს შორის ფაზათა წანაცვლება φ გამოითვლება როგორც ფაზური კუთხეების $\varphi_{\text{კოჭა}}$ და φ_{333} სხვაობა

ნახ.3.4.2

იხ. ნახ.3.4.2:

$$\text{tg}\varphi_{\text{კოჭა}} = \frac{\omega L}{r} = \frac{13,4}{6,7} = 2; \quad \varphi_{\text{კოჭა}} = 63^{\circ}30';$$

$$\varphi = \varphi_{\text{კოჭა}} - \varphi_{\text{ე}} = 63^{\circ}30' - 26^{\circ}30' = 37^{\circ}.$$

კოჭას აქტიური, რეაქტიული და სრული სიმძლავრეები:

$$P_{\text{კოჭა}} = I^2 \cdot r = 7,35^2 \cdot 6,7 = 362 \text{ ვტ};$$

$$Q_{\text{კოჭა}} = I^2 \cdot \omega L = 7,35^2 \cdot 13,4 = 724 \text{ ვარ};$$

$$S_{\text{კოჭა}} = U_{\text{კოჭა}} \cdot I = 110 \cdot 7,35 = 808 \text{ ვა}$$