

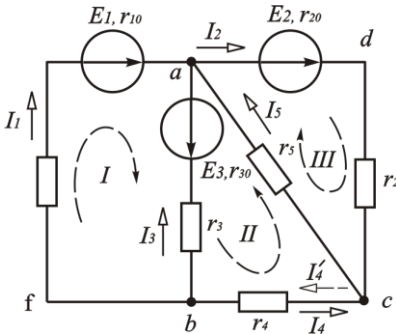
თავი 2. მუდმივი დენის რთული წრედების განაზღვრების მეთოდები

მაგალითი 2.1.

კირხჰოფის კანონების გამოყენებით ნახ.2.1-ზე მოყვანილ სქემისათვის იპოვეთ დენები და შეამოწმეთ სიმძლავრეების ბალანსი, თუ ძაბვის გენერატორების ემძ $E_1 = 15\text{ ვ}, E_2 = 70\text{ ვ}, E_3 = 5\text{ ვ}$, შიდა წინაღობებია $r_{10} = r_{20} = 1\text{ ომ}, r_{30} = 2\text{ ომ}$, წრედში ელემენტების წინააღობებია $r_1 = 5\text{ ომ}, r_2 = 4\text{ ომ}, r_3 = 8\text{ ომ}, r_4 = 2,5\text{ ომ}, r_5 = 15\text{ ომ}$.

ამოხსნა

მოყვანილ სქემაში ხუთი შტოა ($N_{\text{შ}} = 5: bfa, adc, ba, dc, ca$), კვანძების რიცხვი შეადგენს $N_{\text{კ}} = 3$ (a, b, c), დენის გენერატორები



ნახ.2.1

არ არის ($N_{\text{გ}} = 0$). უცნობი დენების რიცხვი შეადგენს $N_{\text{შ}} - N_{\text{გ}} = 5$. დამოუკიდებელი განტოლებების რიცხვი შედგენილი კირხჰოფის პირველი კანონის მიხედვით ყდრის კვანძების რიცხვს მინუს ერთი, ანუ ორს ($N_{\text{კ}} - 1 = 3 - 1 = 2$).

დამოუკიდებელი განტოლებების რიცხვი შედგენილი კირხჰოფისმეორე კანონის მიხედვით

ყდრის $K = N_{\text{შ}} - (N_{\text{კ}} - 1) - N_{\text{გ}} = 5 - 2 - 0 = 3$. მაშასადამე, განტოლებათა საერთო რიცხვი შედგენილი კირხჰოფის პირველი და მეორე კანონების მიხედვით ყდრის სქემის ხუთ შტოში უცნობი დენების რიცხვს.

ამოვირჩიოთ დენების დადებითი მიმართულებები და ავლნიშნოთ ისრებით. ამოვირჩიოთ და ისრებით ავლნიშნოთ დამოუკიდებელი კონტურების შემოვლის მიმართულებები: I, II და III.

შევადგინოთ კირხჰოფის განტოლებათა სისტემა:

a კვანძისათვის $I_1 - I_2 + I_3 + I_5 = 0;$ (1)

b კვანძისათვის $-I_1 - I_3 - I_4 = 0;$ (2)

I კონტურისათვის $E_1 + E_2 = (r_1 + r_{10})I_1 - (r_3 + r_{30})I_3;$ (3)

II კონტურისათვის $E_3 = -(r_3 + r_{30})I_3 + r_4I_4 + r_5I_5;$ (4)

III კონტურისათვის $E_2 = (r_2 + r_{20})I_2 + r_5I_5.$ (5)

მიღებულ განტოლებებებში (1) ÷ (5) რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანის შემდეგ მივიღებთ

$$I_1 - I_2 + I_3 + I_5 = 0; \quad -I_1 - I_3 - I_4 = 0;$$

$$6I_1 - 10I_3 = 20; \quad -10I_3 + 2,5I_4 + 15I_5 = 5; \quad 5I_2 + 15I_5 = 70.$$

მიღებული განტოლებათა სისტემის ამოხსნის შემდეგ მივიღებთ

$$I_1 = 5\text{ა}; \quad I_2 = 8\text{ა}; \quad I_3 = 1\text{ა}; \quad I_4 = -6\text{ა}; \quad I_5 = 2\text{ა}.$$

I_4 დენის უარყოფითი მნიშვნელობა ნიშნავს, რომ r_4 წინაღობაში დენის ჭეშმარიტი მიმართულება მიღებული მიმართულების საპირისპიროა.

სიმძლავრეების ბალანსის შემოწმებისას მხედველობაში უნდა ვქონდეს, რომ წრედის ტოტებში თუ ემძ-ს და დენის მიმართულებები თანხვედნილია, მაშინ ემძ არის ენერჯიის წყარო, ხოლო თუ საპირისპიროდ არის მიმართული – მაშინ ემძ მოიხმარს ენერჯიას.

ყველა როგორც გარე, ასევე წყაროს შიდა წინაღობები მათში დენების მიმართულებების დამოუკიდებლად მხოლოდ მოიხმარს ენერჯიას.

განხილული სქემისათვის სიმძლავრეების ბალანსი დაიწერება შემდეგი სახით (ამ განტოლებაში მე-3 შესაკრფვის წინ მინუს (-) ნიშანი განპირობებულია იმით, რომ E_3 და I_3 საპირისპიროდ არიან მიმართული (იხ. ნახ. 2.1))

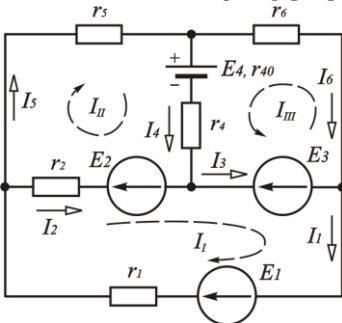
$$E_1 I_1 + E_2 I_2 - E_3 I_3 = I_1^2 (r_1 + r_{10}) + I_2^2 (r_2 + r_{20}) + I_3^2 (r_3 + r_{30}) + I_4^2 r_4 + I_5^2 r_5,$$

$$\text{ანუ } 15 \cdot 5 + 70 \cdot 8 - 5 \cdot 1 = 5^2 \cdot 6 + 8^2 \cdot 5 + 1^2 \cdot 10 + 4^2 \cdot 2,5 + 2^2 \cdot 15,$$

მიღებულია იგივეობა $630 = 630$.

მაგალითი 2.2.

(კონტურული დენების მეთოდი)



ნახ.2.2

კონტურული დენების მეთოდის გამოყენებით იპოვეთ წრედის დენები სქემაში, რომელიც მოყვანილია ნახ.2.2-ზე. მოცემულია: $E_1 = 100\text{ვ}$, $E_2 = 30\text{ვ}$, $E_3 = 10\text{ვ}$, $E_4 = 6\text{ვ}$; შიდა წინაღობა, $r_{40} = 1\text{ომ}$; წრედში ელემენტების წინაღობებია $r_1 = 10\text{ომ}$, $r_2 = 10\text{ომ}$, $r_4 = 6\text{ომ}$, $r_5 = 5\text{ომ}$, $r_6 = 15\text{ომ}$.

ამოხსნა

ავირჩიოთ კონტურული დენების I_1, I_2, I_3 მიმართულებები.

შევადგინოთ განტოლებათა სისტემა კონტურებისათვის:

$$E_1 - E_2 - E_3 = (r_1 + r_2)I_1 - r_2 I_3;$$

$$E_2 - E_4 = (r_2 + r_5 + r_{40} + r_4)I_2 + (r_{40} + r_4)I_3 - r_2 I_1;$$

$$-E_3 - E_4 = (r_6 + r_{40} + r_4)I_3 + (r_{40} + r_4)I_2.$$

რიცხვითი მნიშვნელობების ჩართვის შემდეგ მივიღებთ

$$60 = 20I_1 - 10I_3;$$

$$24 = -10I_1 + 22I_2 + 7I_3;$$

$$-10 = 7I_2 + 22I_3.$$

სისტემის ამოხსნის შემდეგ მივიღებთ

$$I_1 = 5\text{ ა}; \quad I_2 = 4\text{ ა}; \quad I_3 = -2\text{ ა}.$$

მიღებული კონტურული დენების მნიშვნელობები გვაძლევს საშუალებას ვიპოვოთ შტოებში ნამდვილი დენების მნიშვნელობები.

შტოში, რომელშიც მოქმედებს E_1 ემპ I_1 დენს აქვს I_1 კონტურული დენის მიმართულება და უდრის $I_1 = I_1 = 5\text{ ა}$.

შტოში r_5 წინაღობით I_3 ნამდვილ დენს I_2 კონტურული დენის მიმართულება აქვს და უდრის $I_5 = I_2 = 4\text{ ა}$.

შტოში r_6 წინაღობით I_6 ნამდვილ დენი I_3 კონტურული დენის საპირისპირო მიმართულებისაა არის და უდრის $I_6 = -I_3 = 2\text{ ა}$.

შტოში r_2 წინაღობით I_2 ნამდვილ დენი მიიღება I_1 და I_2 კონტურული დენების ზედდებით და უდიდესი კონტურული დენის I_1 მიმართულება ექნება: $I_2 = I_1 - I_2 = 1\text{ ა}$.

შტოში r_4 წინაღობით I_4 ნამდვილ დენი მიიღება I_2 და I_3 კონტურული დენების ზედდებით და უდიდესი კონტურული დენის I_2 მიმართულება ექნება: $I_4 = I_2 + I_3 = 4 + (-2) = 2\text{ ა}$.

შტოში, რომელშიც მოქმედებს E_3 ემპ I_3 ნამდვილ დენი მიიღება I_1 და I_3 კონტურული დენების ზედდებით და კონტურული დენის I_1 მიმართულება ექნება: $I_3 = I_1 + I_3 = 5 + (-2) = 3\text{ ა}$.

მაგალითი 2.3.

(კვანძური პოტენციალების მეთოდი)

კვანძური პოტენციალების მეთოდის გამოყენებით ნახ.2.3-ზე მოყვანილ სქემისათვის იპოვეთ ყველა დენები. მოცემულია:

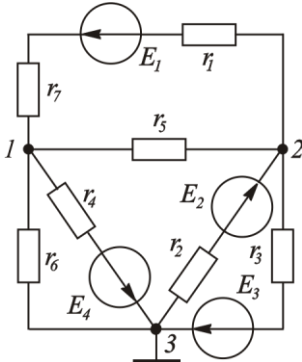
$E_1 = 30\text{ ვ}, E_2 = 10\text{ ვ}, E_3 = 200\text{ ვ}, E_4 = 56\text{ ვ}$, წრედში ელემენტების წინაღობებია $r_1 = 20\text{ ომ}, r_2 = 30\text{ ომ}, r_3 = 6\text{ ომ}, r_4 = 8\text{ ომ}, r_5 = 15\text{ ომ}, r_6 = 40\text{ ომ}$ და $r_7 = 10\text{ ომ}$.

ამოხსნა

წერტილი 3 პოტენციალი მივიღოთ $\phi_3 = 0$. ომის განზოგადოებულ კანონის თანახმად თუ (acb) შტო შეიცავს ემპ და წინაღობებს მაშინ დენი შტოში გამოითვლება

$$I = \frac{\phi_a - \phi_b + \Sigma E}{\Sigma r_{ab}} = \frac{U_{ab} + \Sigma E}{\Sigma r_{ab}},$$

ხოლო კვანძში შემავალი და გამომავალი დენების ჯამი უდრის 0. კვანძური პოტენციალების მეთოდის გამოყენებით შევადგინოთ განტოლებები:



ნახ.2.3

$$\frac{\phi_1 - \phi_2 - E_1}{r_1 + r_7} + \frac{\phi_1 - \phi_2}{r_5} + \frac{\phi_1 - \phi_3 + E_4}{r_4} + \frac{\phi_1 - \phi_3}{r_6} = 0$$

ანალოგურად კვანძი 2-ის

$$\frac{\phi_2 - \phi_1 + E_1}{r_1 + r_7} + \frac{\phi_2 - \phi_1}{r_5} + \frac{\phi_2 - \phi_3 - E_2}{r_2} + \frac{\phi_2 - \phi_3 + E_3}{r_3} = 0.$$

განტოლებებში რიცხობრივი მნიშვნელობების ჩასვვის, გამართვების და დალაგების შემდეგ მივიღებთ

$$0,25\phi_1 - 0,1\phi_2 = 30 \frac{1}{30} - 56 \frac{1}{8} \equiv -6;$$

$$-0,1\phi_1 + 0,3\phi_2 = 30 \frac{1}{30} + 10 \frac{1}{30} - 200 \frac{1}{6} \equiv -34.$$

ბოლო ორი განტოლებების ამოხსნის შემდეგ 1 და 2 კვანძების პოტენციალები ტოლია:

$$\phi_1 = -80\text{ ვ}; \phi_2 = -140\text{ ვ}, \phi_3 = 0\text{ ვ}.$$

და ბოლოს, ვიყენებთ ომის კანონს ცალკეულ ტოტისათვის:

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - E_1}{r_1 + r_7} = \frac{-80 + 140 - 30}{30} = 1 \text{ ა };$$

$$I_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2 + E_2}{r_2} = \frac{140 + 10}{30} = 5 \text{ ა };$$

$$I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_3}{r_1 + r_3} = \frac{-140 + 200}{6} = 10 \text{ ა };$$

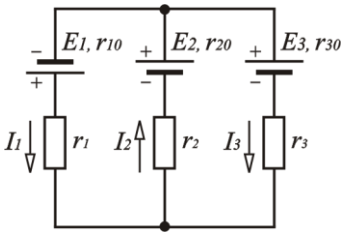
$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 - E_4}{r_4} = \frac{80 - 56}{8} = 3 \text{ ა };$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_5} = \frac{-80 + 140}{15} = 4 \text{ ა };$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{r_6} = \frac{80}{40} = 2 \text{ ა }.$$

მაგალითი 2.4.

(ზედღების მეთოდი)

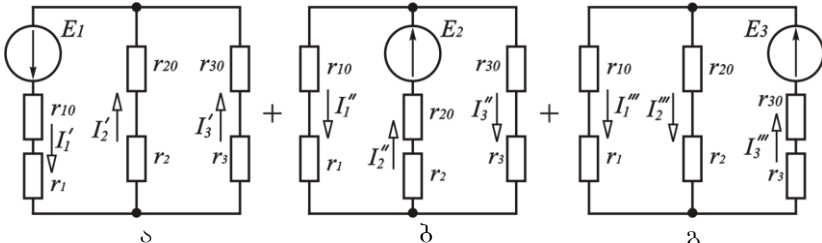


ნახ.2.4.1

ზედღების მეთოდის გამოყენებით ნახ.2.4.1-ზე მოყვანილ სქემისათვის იპოვეთ ყველა დენები. მოცემულია: $E_1 = 10 \text{ ვ}, E_2 = 40 \text{ ვ}, E_3 = 5 \text{ ვ}$; შიდა წინაღობებია $r_{20} = r_{30} = 2 \text{ ომ}$, $r_{10} = 5 \text{ ომ}$; წრედში ელემენტების წინაღობებია $r_1 = 30 \text{ ომ}$, $r_2 = 3 \text{ ომ}$, $r_3 = 8 \text{ ომ}$.

ამოხსნა

საწყის სქემაზე ნახ.2.4.1 ავლნიშნოთ დენების დადებითი მიმართულებები. დაუშვათ, რომ მოქმედებს მხოლოდ E_1 ემპ, ხოლო E_2 და E_3 ემპ-ები არ მოქმედებენ ნახ.2.4.2,ა:



ნახ.2.4.2

მაშინ
$$I'_1 = \frac{E_1}{r_{1g}},$$

სადაც $r_{1g} = r_1 + r_{10} + \frac{(r_2 + r_{20})(r_3 + r_{30})}{r_2 + r_{20} + r_3 + r_{30}} = 35 + \frac{5 \cdot 10}{15} = \frac{115}{3}$ ომ;

ღენი
$$I'_1 = 10 : \frac{115}{3} = \frac{6}{23} \text{ ა.}$$

პარალელურ შტოებში ღენები განისაზღვრება ცნობილი გა-
მოსახულებებით

$$I'_2 = I'_1 \frac{r_3 + r_{30}}{r_2 + r_{20} + r_3 + r_{30}} = \frac{6}{23} \cdot \frac{10}{15} = \frac{4}{23} \text{ ა.};$$

$$I'_3 = I'_1 \frac{r_2 + r_{20}}{r_2 + r_{20} + r_3 + r_{30}} = \frac{6}{23} \cdot \frac{5}{15} = \frac{2}{23} \text{ ა.}$$

ჩავატაროთ გამოთვლა იმ ვარაუდით, რომ მოქმედებს მხო-
ლოდ E_2 ემძ, ხოლო E_1 და E_3 ემზ-ბი არ მოქმედებენ ნახ.2.4.2,ბ:

მაშინ
$$I''_2 = \frac{E_2}{r_{2g}},$$

სადაც $r_{2g} = r_2 + r_{20} + \frac{(r_1 + r_{10})(r_3 + r_{30})}{r_1 + r_{10} + r_3 + r_{30}} = \frac{115}{9}$ ომ;

ღენი
$$I''_2 = 40 : \frac{115}{9} = \frac{72}{23} \text{ ა.}$$

პარალელურ შტოებში ღენები განისაზღვრება ცნობილი გა-
მოსახულებებით

$$I''_1 = I''_2 \frac{r_3 + r_{30}}{r_1 + r_{10} + r_3 + r_{30}} = \frac{72}{23} \cdot \frac{10}{45} = \frac{16}{23} \text{ ა.};$$

$$I''_3 = I''_2 - I''_1 = \frac{72}{23} - \frac{16}{23} = \frac{56}{23} \text{ ა.}$$

ანალოგიურად ჩავატაროთ გამოთვლა იმ ვარაუდით, რომ
მოქმედებს მხოლოდ E_3 ემძ, ხოლო E_1 და E_2 ემზ-ბი არ მოქმე-
დებენ ნახ.2.4.2,გ:

$$r_{3g} = r_3 + r_{30} + \frac{(r_1 + r_{10})(r_2 + r_{20})}{r_1 + r_{10} + r_2 + r_{20}} = \frac{115}{8} \text{ ომ};$$

$$I'''_3 = \frac{E_3}{r_{3g}} = 5 : \frac{115}{8} = \frac{8}{23} \text{ ა.};$$

$$I_1''' = \frac{1}{23} \text{ ა}; \quad I_2''' = \frac{7}{23} \text{ ა}.$$

თითოეულ შტოში ნამდვილი დენების მნიშვნელობები მიიღება როგორც დენების ალგებრული ჯამი განსაზღვრული დამოუკიდებლად თითოეული ემძ-ის მოქმედების დროს.

დენი პირველ შტოში $I_1 = I_1' + I_1'' + I_1''' = \frac{6}{23} + \frac{16}{23} + \frac{1}{23} = 1 \text{ ა}.$

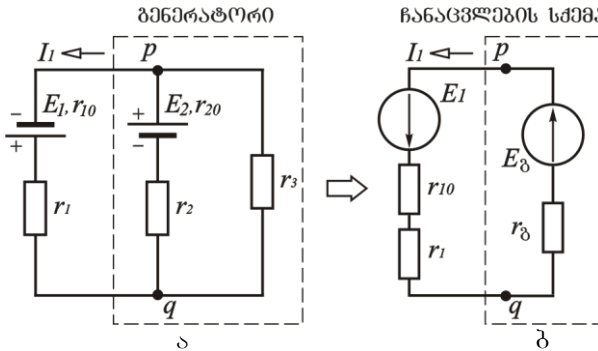
დენი მეორე შტოში $I_2 = I_2' + I_2'' + I_2''' = \frac{4}{23} + \frac{72}{23} - \frac{7}{23} = 3 \text{ ა}.$

დენი მესამე შტოში $I_3 = I_3' + I_3'' + I_3''' = -\frac{2}{23} + \frac{56}{23} - \frac{8}{23} = 2 \text{ ა}.$

მაგალითი 2.5.

(უქმი სვლის და მოკლე ჩართვის მეთოდი)

ნახ.2.5.1-ზე მოყვანილ სქემისათვის ეკვივალენტური გენერატორის მეთოდით იპოვეთ დენი r_1 წინააღობაში თუ მოცემულია: $E_1 = 18 \text{ ვ}$, $E_2 = 21 \text{ ვ}$, შიდა წინააღობები: $r_{10} = 1 \text{ ომ}$, $r_{20} = 2 \text{ ომ}$; წრედში ელემენტების წინააღობებია $r_1 = 2 \text{ ომ}$, $r_2 = 7 \text{ ომ}$, $r_3 = 6 \text{ ომ}$.



ნახ.2.5.1

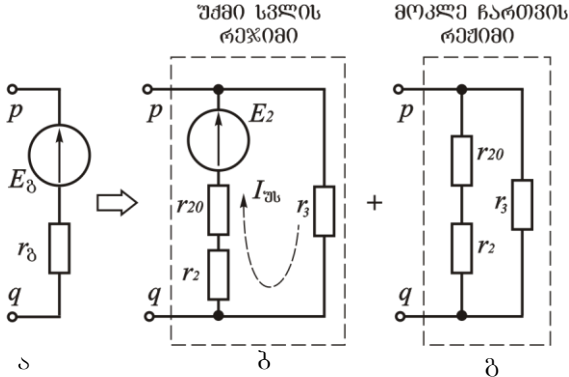
ამოხსნა

საწყის სქემაზე ავღნიშნოთ I_1 საძიებელი დენის დადებითი მიმართულება. განვიხილოთ სქემის ნაწილი შემოვლელი პუნქტის ხაზით (ნახ.2.5.1). ეს ნაწილი ჩავანაცლოთ ეკვივალენტური გენერატორის ემძ $E_{გ}$ და $r_{გ}$ სახით. ეკვივალენტური გენერატორის შემცველი ელექტრული სქემა მოყვანილია ნახ.2.5.1.ბ-ზე.

სქემაზე ნებისმიერად არჩეულია ეკვივალენტური გენერატორის E_{δ} ემძის მიმართულება p წერტილისაკენ. ეს გვაძლევს საშვალეებას გამორთული დატვირთვის შტოს შემთხვევისთვის (იხ. ნახ.2.5.2ა) ეკვივალენტური გენერატორის უქმი სვლის რეჟიმისათვის დაიწერება განტოლება:

$$E_{\delta} = U_{pq\text{უ.ს.}} = (\varphi_p - \varphi_q)_{\text{უ.ს.}}$$

ეკვივალენტური გენერატორის გაშლილი სქემა უქმი სვლის რეჟიმის დროს მოყვანილია (იხ. ნახ.2.5.2ბ).



ნახ.2.5.2

უქმი სვლის დენი $I_{\text{უ.ს.}}$ გენერატორის შიდა წტოებისათვის

$$I_{\text{უ.ს.}} = \frac{E_2}{r_2 + r_{20} + r_3} = \frac{21}{15} = 1,4 \text{ ა.}$$

უქმი სვლის ძაბვას განსაზღვრავს გენერატორის ემძ:

$$U_{pq\text{უ.ს.}} = r_3 \cdot I_{\text{უ.ს.}} = 6 \cdot 1,4 = 8,4 \text{ ვ} = E_{\delta}.$$

ვიპოვოთ ეკვივალენტური გენერატორის r_{δ} წინაღობა. მისი გამოანბარიშებისათვის ძაბვის წყარო E_2 ჩავანაცვლოთ მოკლე ჩართული მონაკვეთით, როგორც ნახვენებია ნახ.2.5.2გ-ზე. მიღებული სქემის შემავალი წინაღობა იქნება ეკვივალენტური გენერატორის r_{δ} წინაღობა:

$$r_{\delta} = \frac{(r_2 + r_{20})r_3}{r_2 + r_{20} + r_3} = \frac{9 \cdot 6}{15} = 3,6 \text{ ომ.}$$

სადიებელ დენს ვპოულობთ 2.5.1ბ სქემის გამოყენებით

$$I_1 = \frac{E_{\delta} + E_1}{r_{\delta} + r_{10} + r_1} = \frac{8,4 + 18}{3,6 + 1 + 2} = 4 \text{ ა.}$$