

**თაზი VI. ურთიერთინდუქციურად დააკავშირებული  
წრეების ანალიზი**

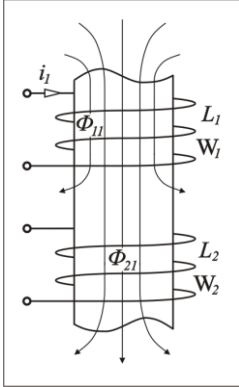
ელექტრული წრედები შეიძლება შეიცავდნენ ერთმანეთთან ინდუქტიურად დააკავშირებულ ელემენტებს. ასეთ ელემენტებს შეუძლიათ ერთმანეთთან დააკავშირონ ელექტრულად (გალვანურად) განცალკევებული (გაყოფილი) ელემენტები. ასეთ შემთხვევაში ერთ ელემენტში დენის ცვლილება მეორეში იწვევს ემპ-ის შექმნას. ასევე შემთხვევაში ამბობენ, რომ ელემენტები ინდუქტიურად შეკრული არიან, ხოლო წარმოქმნილ ემპ-ს უწოდებენ **ურთიერთინდუქციის** ემპ-ს.

**6.1. ბმის კოეფიციენტი**

ინდუქციური ბმის ხარისხი ხასიათდება ბმის კოეფიციენტით,

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, \quad (6.1)$$

სადაც  $M$  – წრედის ელემენტებს შორის ურთიერთინდუქციუ-



ნახ. 6.1.

რობაა (საზომი ერთეული - ჰენრი);  $L_1$  და  $L_2$  - ელემენტების საკუთარი ინდუქციურობა.

უნდა აღინიშნოს, რომ  $K < 1$ .

ვთქვათ, გვაქვს ერთ ფერომაგნიტურ გულარზე განთავსებულია ორი კოჭა (იხ. ნახ. 6.1). მასზე სქემატურად მოყვანილია მაგნიტური ველის განაწილების სურათი. როდესაც პირველ კოჭაში გადის  $i_1$  დენი, მაშინ პირველი კოჭის ხეიები შებმულია თვითინდუქციის მაგნიტურ ნაკადთან  $\Phi_{11}$  (მაგნიტური ველის მიმართულება განისაზღვრება ბურღის წესით), ხოლო მეორე კოჭის ხეიები – შებმულია ურთიერთინდუ-

ქციის მაგნიტურ ნაკადთან  $\Phi_{21}$ , რომელიც, გამზნევი ნაკადის არსებობის გამო, განსხვავდება  $\Phi_{11}$ -სგან ( $\Phi_{21} < \Phi_{11}$ ).

განსაზღვრიდან (იხ. § 1.5.) გამომდინარე

$$L_1 = \frac{\Psi_{11}}{i_1} = \frac{W_1 \Phi_{11}}{i_1}; \quad (6.2)$$

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \frac{W_2 \Phi_{21}}{i_1}. \quad (6.3)$$

თუ მეორე კოჭში გავატარებთ დენს  $i_2$ , მაშინ შესაბამისად მივიღებთ

$$L_2 = \frac{\psi_{22}}{i_2} = \frac{W_2 \Phi_{22}}{i_2}; \quad (6.4)$$

$$M_{12} = \frac{\psi_{12}}{i_2} = \frac{W_1 \Phi_{12}}{i_2}. \quad (6.5)$$

ამასთან  $M_{12} = M_{21} = M$ . (6.6)

უნდა აღინიშნოს, რომ ბმის კოეფიციენტი შესაძლებელია იყოს 1-ის ტოლი მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როდესაც  $\Phi_{11} = \Phi_{21}$  და  $\Phi_{22} = \Phi_{12}$ , ანუ მაშინ, როცა ერთი კოჭას მიერ შექმნილი მთელი ნაკადი მთლიანად განჭოლავს მეორე კოჭის ხვიებს. პრაქტიკულად ეს შეუძლებელია, ვინაიდან ერთიდაიგივე კოჭას ხვებიც კი განიჭოლებიან სხვადასხვა სიდიდის ნაკადებით. ამიტომ გამბნევი ნაკადის გათვალისწინებით  $\Phi_{11} > \Phi_{21}$  და  $\Phi_{22} > \Phi_{12}$ .

აქედან გამომდინარე  $k^2 = \frac{W_2 \Phi_{21} \cdot W_1 \Phi_{12}}{W_1 \Phi_{11} \cdot W_2 \Phi_{22}} = \frac{\Phi_{12} \Phi_{21}}{\Phi_{11} \Phi_{22}} < 1$

### 6.2. მიმდევრობით შეერთებული კოჭებით შექმნილი წრედი

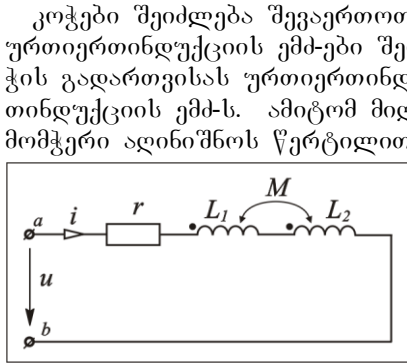
განვიხილოთ ნახ. 6.2.–ზე მოყვანილი ცვლადი დენის წრედი, რომელშიც მიმდევრობით შეერთებულია ინდუქციურად დაკავშირებული ინდუქციურობის კოჭები  $L_1$ ,  $L_2$  და  $r$  რეზისტორი.  $i$  დენის ცვლილებისას წრედში ინდუქცირდებიან თვით- და ურთიერთინდუქციის ე.მ. ძეები. მასთან ლენცის კანონის თანახმად ურთიერთინდუქციის ემძ-ს უნდა ჰქონდეს მიმართულება, რომელიც ეწინააღმდეგება ურთიერთინდუქციის ნაკადის ცვლილებას.

თუ წრედში გადის პარმონიულად ცვლადი დენი  $i = I_m \sin \omega t$ , მაშინ პირველ კოჭაში, დაინდუქცირდება ემძ

$$e_1 = -L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = -(\omega L_1 + \omega M) I_m \cos \omega t \quad (6.7)$$

ხოლო მეორეში –

$$e_2 = -L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = -(\omega L_2 + \omega M) I_m \cos \omega t. \quad (6.8)$$



კოჭები შეიძლება შევავროთ ისე, რომ თვითინდუქციის და ურთიერთინდუქციის ემძ-ები შეიკრიბოს, ხოლო ერთ-ერთი კოჭის გადართვისას ურთიერთინდუქციის ემძ გამოაკლდეს თვითინდუქციის ემძ-ს. ამიტომ მიღებულია, სქემაზე კოჭას ერთი მომჭერი აღინიშნოს წერტილით ან ვარსკლავით. ეს აღნიშვნა ნიშნავს, რომ მაგალითად, პირველი კოჭას აღნიშნული წერტილიდან გამომდინარე დენის გაზრდისას მეორე კოჭაში ინდუცირდება ურთიერთინდუქციის ემძ, რომელიც მოქმედებს მისი მეორე ბოლოდან

აღ-

ნახ. 6.2.

ნიშნული წერტილისაკენ.

განასხვავებენ კოჭების **თანხვედრ** და **შემხვედრ** შეერთებებს. კოჭების **თანხვედრი** შეერთებისას დენები ორიენტირებული არიან ერთნაირად მათ ერთისახელა მომჭერების მიმართ. ამ შემთხვევაში თვითინდუქციის და ურთიერთინდუქციის ემძ-ბი იკრიბება (იხ. ნახ. 6.2.). **შემხვედრად** შეერთებისას დენები ორიენტირებული არიან განსხვავებულად მათი ერთსახელა მომჭერების მიმართ. ამ შემთხვევაში თვით- და ურთიერთინდუქციის ემძ-ები აკლდება ერთმანეთს.

ამრიგად, კოჭების შეერთების ტიპი (თანხვედრი ან შემხვედრი) განისაზღვრება კოჭების დახვევის ხერხით და კოჭებში დენების მიმართულებით.

კომპლექსური ექვივალენტური წინაღობა და ინდუქციურობა განისაზღვრება ფორმულებით

$$Z = Z_1 + Z_2 \pm 2Z_{12} \text{ და } L = L_1 + L_2 \pm 2Z_{12} ,$$

სადაც  $Z_{12} = j\omega M_{12}$ . ნიშანი “პლუსი” შეესაბამება თანხმვედრად შეერთებულ კოჭებს, ხოლო ნიშანი “მინუსი” – შემხვედრად შეერთებულს.

დავწეროთ განტოლებები (6.7) და (6.8) კომპლექსურ ფორმაში, მივიღებთ

$$\dot{E}_1 = -j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I} = -jX_{L1} \dot{I} - jX_M \dot{I} = \dot{E}_{1L} + \dot{E}_{1M}; \quad (6.9)$$

$$\dot{E}_2 = -j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I} = -jX_{L2} \dot{I} - jX_M \dot{I} = \dot{E}_{2L} + \dot{E}_{2M}, \quad (6.10)$$

სადაც  $X_M = \omega M$  - ურთიერთინდუქციის წინააღობაა (ომი).

ნახ. 6.2.-ზე მოყვანილი წრედის დენის განსაზღვრისათვის დავწეროთ

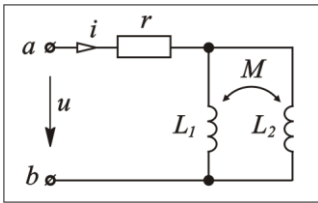
$$\dot{U} + \dot{E}_1 + \dot{E}_2 = \dot{U} + \dot{E}_{1L} + \dot{E}_{1M} + \dot{E}_{2L} + \dot{E}_{2M} = \dot{U} - j\omega(L_1 + L_2 + 2M)\dot{I} = r\dot{I},$$

აქედან დენი 
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{r + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)}.$$

### 6.3. პარალელურად შეერთებული კოჭებით შექმნილი წრედი

ორი კოჭის პარალელური შეერთებისას, როცა მათი აქტიური წინაღობები უდრის ნულს (იხ. ნახ. 6.3.) კომპლექსური ეკვივალენტური წინაღობა და ინდუქციურობა განისაზღვრება ფორმულებით

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 - Z_{12}^2}{Z_1 + Z_2 + 2Z_{12}}, \text{ და } L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}.$$

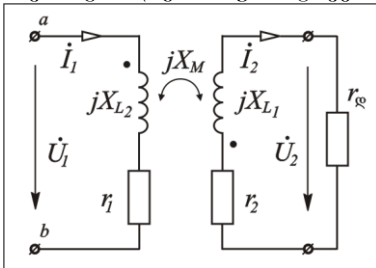


განტოლებების მნიშვნელში ნიშანი “მინუსი” შეესაბამება თანხვედრად შეერთებულ კოჭებს, ხოლო ნიშანი “პლუსი” – შემხვედრად შეერთებულს.

ნახ. 6.3.

### 6.4. საჰაერო (ხაზოვანი) ტრანსფორმატორი

ელექტრული წრედების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ელემენტი არის ტრანსფორმატორი, რომლის დანიშნულებაა დენის და ძაბვის გარდაქმნა. უმარტივეს შემთხვევაში ტრანსფორმატორი



ნახ. 6.4.

შედგება ორი გაღვანურად (ელექტრულად) დაუკავშირებელი უძრავი კოჭებისაგან ფერომაგნიტური გულარის გარეშე. ასეთ ტრანსფორმატორს ეწოდება საჰაერო ტრანსფორმატორი. ის ხაზოვანი ელემენტია. ფერომაგნიტული გულარის არსებობა გამოიწვევდა ტრანსფორმატორის არაწრფივ თვისებებს.

ნახ. 6.4. მოყვანილია ასეთი ტრანსფორმატორის ჩან- აცვლები სქემა. პირველადი გრაგნილი მიერთებულია  $U_1$  ძაბვასთან, ხოლო მეორადი გრაგნილი დატვირთულია  $Z_{\rho} = r + jX_{\rho}$  წინაღობაზე. ტრანსფორმატორში მაგნიტური ველის მეშვეობით ენერგია პირველადი წრედიდან გადაეცემა მეორად წრედს. თუ პირველად წრედში ძაბვის ზემოქმედებით გადის ცვლადი დენი, მაშინ მეორად წრედში (და შესაბამისად დატვირთვაში) დენი აღიძვრება კოჭებს შორის მაგნიტურ კავშირის მეშვეობით ინდუცირებული ემძის აღძვრის გამო.

ტრანსფორმატორის პირველადი და მეორადი წრედებისათვის კირხჰოფის მეორე კანონი დაიწერება შემდეგი სახით

$$\dot{U}_1 = r_1 \dot{I}_1 - \dot{E}_1 = r_1 \dot{I}_1 - (-jX_{L1} \dot{I}_1 - jX_M \dot{I}_2) = (r_1 + jX_{L1}) \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2;$$

მაშასადამე, საჰაერო ტრანსფორმატორის განტოლებების სახეა

$$\dot{U}_1 = (r_1 + jX_{L1}) \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2; \quad (6.11)$$

$$0 = jX_M \dot{I}_1 + (r_2 + jX_{L2}) \dot{I}_2 + \dot{U}_2. \quad (6.12)$$

სადაც  $r_1$  და  $r_2$  - გრაგნილების აქტიური წინაღობებია ;

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{\rho}.$$

თუ წინასწარ  $\dot{U}_2$  წარმოვიდგენთ  $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{\rho} = \dot{I}_2 (r_{\rho} + jX_{\rho})$  სახით,

ხოლო  $r_{22} = r_2 + r_{\rho}$  და  $X_{22} = X_{L2} + X_{\rho}$  და ამოვხსნით (6.11) და

(6.12) განტოლებებს  $\dot{I}_1$  მიმართ, მაშინ მივიღებთ

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{(r_1 + r_{\rho\beta}) + j(X_{L1} - X_{\rho\beta})}, \quad (6.13)$$

სადაც  $r_{\rho\beta} = \frac{X_M^2 r_{22}}{r_{22}^2 + X_{22}^2}$  და  $X_{\rho\beta} = \frac{X_M^2 X_{22}}{r_{22}^2 + X_{22}^2}$  შემოტანილი აქტიუ-

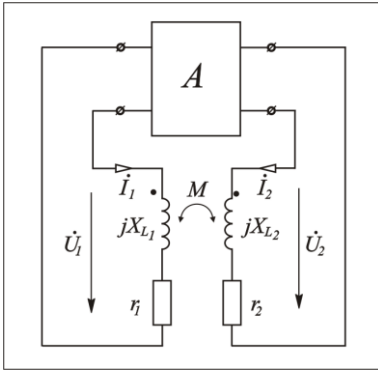
რი და რეაქტიული წინაღობებია.

მაშასადამე (6.13)-ის განტოლების შესაბამისად საჰაერო ტრანსფორმატორი პირველადი გრაგნილის მხრიდან შესაძლებელია განვიხილოდ, როგორც ორპოლუსა წინააღობით

$$Z = (r_1 + r_{\rho\beta}) + j(X_{L1} - X_{\rho\beta})$$

6.5. სიმძლავრეების ბალანსი წრედებში ინდუქციურად დაკავშირებულ ელემენტებს შორის

ვთქვათ გვაქვს სქემა (იხ. ნახ. 6.5.), სადაც A – არის რაიმე აქტიური ოთხპოლუსა. მოყვანილი წრედისათვის შეგვიძლია დავწეროთ ძაბვების და დენების განტოლებები



ნახ. 6.5.

$$\dot{U}_1 = r_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + jX_M \dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = r_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + jX_M \dot{I}_1.$$

აღნიშნოთ  $\dot{I}_1$  და  $\dot{I}_2$  დენები,

როგორც :  $\dot{I}_1 = I_1 e^{j\psi_1}$  და

$\dot{I}_2 = I_2 e^{j\psi_2}$ . მაშინ, პირველი და მეორე შტოებისათვის შეგვიძლია დავწეროთ სრული სიმძლავრეების კომპლექსების განტოლებები, შესაბამისად

$$S_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1^* = r_1 \dot{I}_1 \dot{I}_1^* + j\omega L_1 \dot{I}_1 \dot{I}_1^* + j\omega M \dot{I}_2 \dot{I}_1^* = r_1 I_1^2 + j\omega L_1 I_1^2 + j\omega M \dot{I}_2 \dot{I}_1^*;$$

$$S_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = r_2 \dot{I}_2 \dot{I}_2^* + j\omega L_2 \dot{I}_2 \dot{I}_2^* + j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^* = r_2 I_2^2 + j\omega L_2 I_2^2 + j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^*.$$

ამ განტოლებებში განვიხილოთ ურთიერთინდუქციურობის შემცველი წევრები

$$\begin{aligned} \Delta \underline{S}_{1M} &= j\omega M \dot{I}_2 \dot{I}_1^* = \omega M I_1 I_2 e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \psi_1 + \psi_2\right)} = \omega M I_1 I_2 \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \psi_{12}\right) + \right. \\ &+ \left. j \sin\left(\frac{\pi}{2} - \psi_{12}\right) \right] = \omega M I_1 I_2 \sin \psi_{12} + j\omega M I_1 I_2 \cos \psi_{12} = \Delta P_{1M} + j\Delta Q_{1M}; \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} \Delta \underline{S}_{2M} &= j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^* = \omega M I_1 I_2 e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \psi_1 - \psi_2\right)} = \omega M I_1 I_2 \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \psi_{12}\right) + \right. \\ &+ \left. j \sin\left(\frac{\pi}{2} + \psi_{12}\right) \right] = -\omega M I_1 I_2 \sin \psi_{12} + j\omega M I_1 I_2 \cos \psi_{12} = -\Delta P_{2M} + j\Delta Q_{2M}, \end{aligned} \quad (6.15)$$

სადაც  $\psi_{12} = \psi_2 - \psi_1$ . (6.14) და (6.15) გამოდინარეობს, რომ

$$\Delta P_{1M} = -\Delta P_{2M}; \quad (6.16)$$

$$\Delta Q_{1M} = \Delta Q_{2M}. \quad (6.17)$$

თანაფარდობა (6.16) გვიჩვენებს, რომ აქტიური სიმძლავრე გადაიცემა პირველი კოჭიდან მეორეში. ამასთან ჯამური რეაქტი-

ული სიმძლავრე განპიროვნებული ურთიერთინდუქციით უდრის ნულს, ვინაიდან  $\Delta P_{1M} + \Delta P_{2M} = 0$ . ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ინდუქციურად დაკავშირებული ელემენტები არ ახდენენ გავლენას აქტიურ სიმძლავრეების ბალანსზე. ჯამური რეაქტიული სიმძლავრე, განპირობებული ურთიერთინდუქციით, უდრის

$$\Delta Q_{12M} = \Delta Q_{1M} + \Delta Q_{2M} = 2\omega M I_1 I_2 \cos \psi_{12}$$

მაშასადამე, ინდუქციურად დაკავშირებული ელემენტების გათვალისწინებით სიმძლავრეების ბალანსის საერთო განტოლებას აქვს სახე:

$$\sum_{k=1}^n \dot{E}_k I_k^* = \sum_{k=1}^n Z_k I_k^2 \pm j 2\omega \sum_{i=1}^{\ell} \sum_{j=1}^{\ell} M_{ij} I_i I_j \cos \left( \dot{I}_i \wedge \dot{I}_j \right), \quad (6.18)$$

სადაც “+” ნიშანი გამოიყენება თანმხვედრად შეერთებული კოჭებისათვის, ხოლო “-” შემხვედრი შეერთებისას.

ურთიერთინდუქციის არსებობისას განშტოებული წრედების გაანგარიშება შესაძლებელია განხორციელდეს კირხჰოფის კანონების გამოყენებით შედგენილი განტოლებების გამოყენებით ან კონტურული დენების მეთოდით. უშუალოდ კვანძური პოტენციალების მეთოდის გამოყენება მიუღებელია, ვინაიდან ამ შემთხვევაში დენის მნიშვნელობა შტოში დამოკიდებულია სხვა შტოებში გამავალ დენებზე, რომლებიც აინდუცირებენ ურთიერთინდუქციის ემძს.