თავი V. რეზონანსი ელექტრულ წრედებში

თუ პასიურ ელექტრულ წრედი ან წრედის მონაკვეთი შეიცავს აქტიურ და რეაქტიულ (ინდუქტიურ და ტევადურ) წინაღობებს, ხოლო შემავალი ძაბვის და დენის ფაზები ერთმანეთს ემთხვევა, მაშინ ადგილი აქვს **რეზონანსურ მოვლენას.**

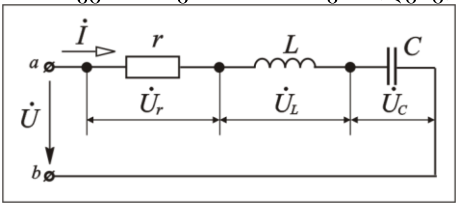
რეზონანსის ფიზიკური არსი მდგომარეობს იმაში, რომ რეაქტიულ წინაღობებს (ინდუქტიურობა და ტევადობა) შორის პერიოდულად წარმოებს დაგროვებული ენერგიის გაცვლა ინდუქტიურ კოჭის და კონდენსატორის ელექტრულ ველებს შორის, ამასთან ველების ენერგიების ჯამი უცვლელი რჩება.

რეზონანსური მოვლენა გამოიყენება პრაქტიკაში, მაგალითად რადიოტექნიკაში (არხების დამჭერი მიმღებები, ფილტრები და სხვა). რეზონანსის დადგომა ზოგ შემთხვევაში სახიფათოა, ვინაიდან ამ დროს წრედში წარმოიშვება ზედიდი ძაბვები და დენები.

ელექტრულ წრედებში ადგილი აქვს ორი სახის რეზონანსს: ძაბვების და დენების რეზონანსი.

5.1. ძაბვების რეზონანსი

ძაბვების რეზონანსს შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს მიმდევრობით შეერთებულ r, L და C პარამეტრების შემცველ წრედში. წრედისათვის (იხ ნახ.5.1.) სამართლიანია კომპლექსური ძაბვების ტოლობა:



ნახ. 5.1.

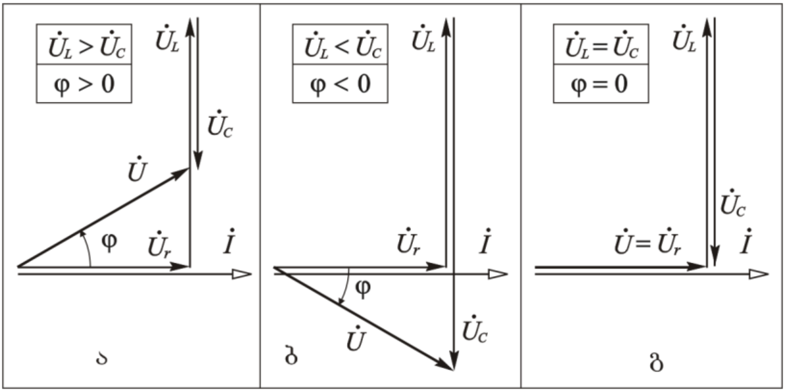
$$\dot{U} = \dot{U}_r + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I}[r + (j\omega L + \frac{1}{j\omega C})] = \dot{I}[r + j(\omega L - \frac{i}{\omega C})] =$$

$$= \dot{I} \cdot \dot{Z} = \dot{I} \cdot z e^{j\varphi},$$

სადაც $z = \sqrt{r^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ - კონტურის სრული წინაღობაა;

$\varphi = arctg \dfrac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}$ - ძაბვასა და დენს შორის ფაზათა ძვრა.

რეაქტიული წინაღობების $x_L = \omega L$ და $x_C = \dfrac{1}{\omega C}$ დამოკიდე-ბულებების მნიშვნელობების მიხედვით შესაძლებელია სამი შემთხვევა (იხ. ნახ. 5.2.) :



ნახ. 5.2.

1. წრედში ჭარბობს ინდუქტიური წინაღობა $x_L > x_C$, მაშასა-დამე $\dot{U}_L > \dot{U}_C$. ასეთ რეჟიმს შეესაბამება ვექტორული დია-გრამა, მოყვანილი ნახ. 5.2.ა.
2. წრედში ჭარბობს ტევადური წინაღობა $x_L < x_C$, მაშასა-დამე $\dot{U}_L < \dot{U}_C$. ასეთ რეჟიმს შეესაბამება ვექტორული დია-გრამა, მოყვანილი ნახ. 5.2.ბ.
3. წრედში $x_L = x_C$, მაშასადამე $\dot{U}_L = \dot{U}_C$ და ადგილი აქვს ძაბვების რეზონანსს. ასეთ რეჟიმს შეესაბამება ვექტორული დიაგრამა მოყვანილი ნახ. 5.2.გ.

ძაბვების რეზონანსის დადგომის პირობები: $x = 0$ ან $\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$.

წრედის შემავალი კომპლექსური წინაღობაა $\dot{Z} = r$, ხოლო კუთხური რეზონანსული სიხშირე $\omega_რ = 2\pi \cdot f_რ = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$. აქედან გამომდინარე რეზონანსული დენის სიხშირეა $f_რ = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

ძაბვების რეზონანსისთვის გამოიყენებენ შემდეგ თანაფარ-დობებს და ფორმულებს:

კონტურის ვარგისობა

$$Q=\frac{U_L}{U}=\frac{U_C}{U}=\frac{\rho}{r}=\frac{\omega_{\text{რ}}L}{r}=\frac{1}{r\omega_{\text{რ}}C}=\frac{1}{r}\cdot\sqrt{\frac{L}{C}}\ ,$$

მახასიათებელი წინაღობა – რეაქტიული ელემენტების წინაღობა რეზონანსის დროს $\rho=rQ=\omega_{\text{რ}}L=\dfrac{1}{\omega_{\text{რ}}C}=\sqrt{\dfrac{L}{C}}$,

კონტურის მილევა $d=\dfrac{1}{Q}$,

აბსოლუტური აშლა $\Delta\omega=\omega-\omega_{\text{რ}}$ ან $\Delta f=f-f_{\text{რ}}$,

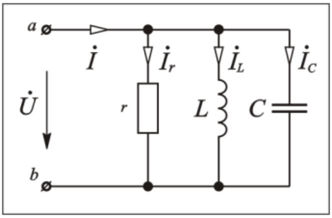
ფარდობითი აშლა $\dfrac{\Delta\omega}{\omega_{\text{რ}}}=\dfrac{\Delta f}{f_{\text{რ}}}$,

გატარების ზოლი განისაზღვრება იმ პირობიდან გამომდინარე, რომ დენი f_1 და f_2 სიხშირეებზე, რომლებიც შეესაბამება ზოლის საზღვრებს, მცირდება $\sqrt{2}$ -ჯერ.

განასხვავებენ გატარების ზოლის **აბსოლუტურ** და **ფარდობით** მნიშვნელობებს $S_{\text{ა}}=f_2-f_1=\dfrac{f_{\text{რ}}}{Q}$ და $S_{\text{ფ}}=\dfrac{S_{\text{ა}}}{f_{\text{რ}}}=\dfrac{1}{Q}$.

* თუ წრედში იქნება რამდენიმე ინდუქტიური და ტევადური ელემენტი, მაშინ ვპოულობთ მათ ექვივალენტურ მნიშვნელობებს ($L_{\text{ე}}=\sum\limits_{k=1}^{n}L_k$ და $\dfrac{1}{C_{\text{ე}}}=\sum\limits_{l=1}^{m}\dfrac{1}{C_l}$) და შემდეგ ვიყენებთ რეზონანსური სიხშირის დადგომის ფორმულას ექვივალენტური ინდუქტიური და ტევადური წინაღობებისათვის.

5.2. დენების რეზონანსი



ნახ. 5.3.

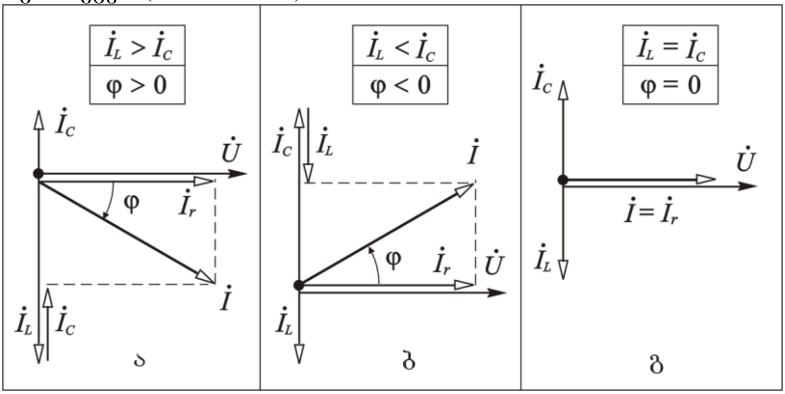
დენების რეზონანსს შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს პარალელურად შეერთებულ r, L და C პარამეტრების შემცველ წრედში. წრედისათვის (იხ ნახ. 5.3.) სამართლიანია კომპლექსური დენების ტოლობა:

$$\dot I = \dot I_r + \dot I_L + \dot I_C = \dot U(\frac{1}{r} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C) = \dot U[g + j(b_C - b_L)] = \dot U \dot Y = \dot U y e^{j\varphi},$$

სადაც $y = \sqrt{g^2 + (b_C - b_L)^2}$ კონტურის სრული გამტარობაა;

$\varphi = arctg\dfrac{b_L - b_C}{g}$ - დენსა და ძაბვას შორის ფაზათა წანაცვლება.

$b_c = \omega C$ და $b_L = \dfrac{1}{\omega L}$ რეაქტიული გამტარობების დამოკიდებულებების მნიშვნელობების მიხედვით შესაძლებელია სამი შემთხვევა (იხ. ნახ. 5.4.) :



ნახ. 5.4.

1. წრედში ჭარბობს ინდუქტიური გამტარობა $b_L > b_C$, მაშასადამე $\dot I_L > \dot I_C$. ასეთ რეჟიმს შეესაბამება ვექტორული დიაგრამა, მოყვანილი ნახ. 5.4.ა.
2. წრედში ჭარბობს ტევადური წინაღობა $b_L < b_C$, მაშასადამე $\dot I_L < \dot I_C$. ასეთ რეჟიმს შეესაბამება ვექტორული დიაგრამა, მოყვანილი ნახ. 5.4.ბ.
3. წრედში $b_L = b_C$, მაშასადამე $\dot I_L = \dot I_C$ და ადგილი აქვს დენების რეზონანსს. ასეთ რეჟიმს შეესაბამება ვექტორული დიაგრამა, მოყვანილი ნახ. 5.4.გ.

დენების რეზონანსის დადგომის პირობები: $b_L = b_C$ ან

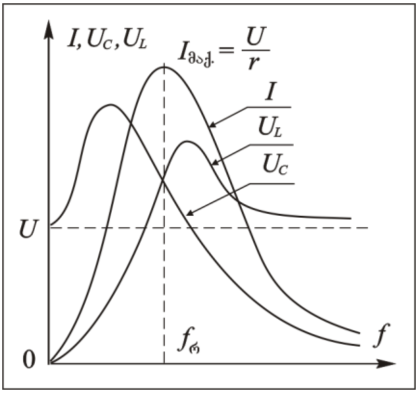
$\dfrac{1}{\omega L} = \omega C$, ამასთან $\dot Y = g = \dfrac{1}{r}$; $\varphi = 0$.

ვინაიდან $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ მივიღეთ იგივე გამოსახულება, რაც ძაბვების რეზონანსისთვის. ამიტომ დენების რეზონანსული სიხშირე გაიანგარიშება ანალოგიური ფორმულით!

ამრიგად, დენების რეზონანსის შემთხვევაში წრედის შემავალი გამტარობა მინიმალურია, რაც ნიშნავს, რომ შემავალი წინაღობა მაქსიმალურია. მაშასადამე დენების რეზონანსის შემთხვევაში შემავალი დენი მინიმალური სიდიდეა.

5.3. რეზონანსური მრუდები

რეზონანსული მრუდები ეწოდება სიხშირის ცვლილებაზე დენის და ძაბვის დამოკიდებულებას. მაგალითისათვის ნახ. 5.5. მოყვანილია $I(f)$, $U_L(f)$ და $U_C(f)$ მრუდები ნახ. 5.1.-ზე მოყვანილ წრედისათვის, როცა $U=const$.



ნახ. 5.5.

როგორც მრუდებიდან ჩანს, დენის უდიდესი მნიშვნელობა მიიღწევა, როცა $U_C = U_L$. თუ ამ წერტილიდან დავუშვებთ მართობს აბსცისთა ღერძზე, მაშინ გადაკვეთისას მივიღებთ რეზონანსული სიხშირის $f_რ$ მნიშვნელობას.

5.4. რეზონანსი რთულ წრედებში

რთული წრედები შეიცავენ რამდენიმე ინდუქციურ და ტევადურ ელემენტებს. რეზონანსის დადგომის პირობა მდგომარეობს იმაში, რომ შემავალი რეაქტიული წინაღობის $(X(\omega)=0)$ ან რეაქტიული გამტარობის $(b(\omega)=0)$ წარმოსახვითი ნაწილები უნდა უდრიდეს ნულს. ამ პირობით შედგენილ განტოლებას ექნება რამდენიმე ნამდვილი ამონახსნი, რაც იმას ნიშნავს, რომ ასეთ წრედებში ადგილი ექნება რამდენიმე რეზონანსულ სიხშირეს.

რეაქტიული ორპოლუსას რეზონანსური სიხშირეების დადგენის მიზნით რეაქტიული წინაღობის ($X(\omega)=0$) ან რეაქტიული გამტარობის ($b(\omega)=0$) ანალიზური გამოსახულებები უნდა წარმოვიდგინოთ ორი პოლინომის ფარდობის სახით ω პარამეტრის ხარისხის მიხედვით, ანუ

$$X(\omega)=\frac{P(\omega)}{Q(\omega)} \quad \text{ან} \quad b(\omega)=\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}.$$

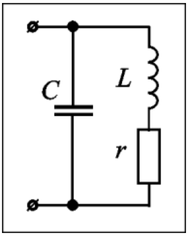
მაშინ განტოლების $P(\omega) = 0$ ფესვები მოგვცემენ ძაბვის რეზონანსის დადგომის სიხშირეების მნიშვნელობებს, ხოლო $Q(\omega) = 0$ ფესვები მოგვცემენ დენის რეზონანსის დადგომის სიხშირეების მნიშვნელობებს.

რეზონანსული სიხშირის საერთო რაოდენობა ერთით ნაკლებია წრედში ინდუქტიური და ტევადური ელემენტების რაოდენობაზე, რომელიც განისაზღვრება ექვივალენტური გარდაქმნების გამოყენებით.

ნიშანდობლივია, რომ ძაბვების და დენების რეზონანსული რეჟიმები ერთმანეთს ენაცვლებიან.

5.5. რეზონანსული სიხშირის პოვნის მაგალითები

მაგალითი 1. ნახ. 5.6. მოყვანილი წრედისათვის იპოვეთ რეზონანსის დადგომის პირობა და სიხშირე.



ამოხსნა . ვინაიდან წრედის ელემენტების პარალელური შეერთებისას საერთო შემავალი გამტარობა $y(\omega)$ უდრის ელემენტების გამტარობების ჯამს, მაშინ

$$y(\omega) = j\omega C + \frac{1}{r + j\omega L} = j\omega C + \frac{r - j\omega L}{r^2 - \omega^2 L^2} =$$

$$= \frac{r}{r^2 - \omega^2 L^2} + j(\omega C - \frac{\omega L}{r^2 - \omega^2 L^2})$$

ხოლო მისი რეაქტიული წინაღობის ($b(\omega)=0$) წარმოსახვითი ნაწილი უნდა უდრიდეს ნულს, მაშინ რეზონანსის დადგომის პირობას ექნება სახე:

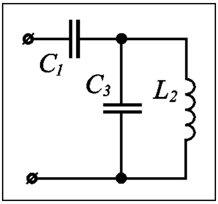
$$C = \frac{L}{r^2 - \omega_{რ}^2 L^2}$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\omega = 2\pi f_{რ}$, მაშინ მიღებული გამოსახულებიდან ადვილად დგინდება რეზონანსული სიხშირე

$$f_{რ} = \frac{1}{\pi L}\sqrt{\frac{r^2 C - L}{C}}\ .$$

მაგალითი 2. ნახ. 5.7. მოყვანილი წრედისათვის იპოვეთ რეზონანსის დადგომის სიხშირეები.

ამოხსნა. მოცემული წრედის შესავალ საერთო წინაღობას $X(\omega)$ აქვს სახე



ნახ. 5.7.

$$X(\omega) = \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{j\omega L \dfrac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C_2}} =$$

$$= \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC_2} =$$

$$= \frac{1-\omega^2 L(C_1 + C_2)}{j\omega C_1(1-\omega^2 LC_2)} = \frac{P(\omega)}{Q(\omega)}.$$

$P(\omega) = 0$ განტოლების ამოხსნიდან ვღებულობთ კუთხურ სიხშირეს $\omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}}$, რომელიც შეესაბამება ძაბვების რეზონანსს, ხოლო $Q(\omega) = 0$ განტოლებიდან - კუთხურ სიხშირეს $\omega_2 = \dfrac{1}{\sqrt{LC_2}}$, რომელიც შეესაბამება დენების რეზონანსს.