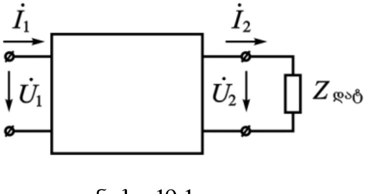
ᲗᲐᲕᲘ VI. ᲗᲔᲛᲐ 19. ᲝᲗᲮᲞᲝᲚᲣᲡᲔᲑᲘᲡ ᲡᲘᲮᲨᲘᲠᲣᲚᲘ ᲛᲐᲮᲐᲡᲘᲐᲗᲔᲑᲚᲔᲑᲘ

ოთხპოლუსები ეწოდებათ ელექტრულ წრედებს, რომლებიც შეიძლება განვიხილოთ, როგორც "შავი ყუთი" ხელმისაწვდომი მომჭერების ორი წყვილით. ერთი წყვილი ემსახურება სიგნალის შესასვლელს, მეორე – გამოსასვლელს. სამუშაო რეჟიმში შესასვლელთან მიერთებულია სიგნალის წყარო, ხოლო გამოსასვლელი მომჭერები დატვირთულია დატვირთვის წინაღობით $Z_{დ}$ (ნახ. 19.1).



ნახ. 19.1

იგულისხმება, რომ მკითხველი გაცნობილია ოთხპოლუსათა ანალიზის მეთოდებთან, რომლებიც გადმოცემულია წრედების თეორიის კურსში. მოცემული პარაგრაფის მასალა აშუქებს მხოლოდ ოთხპოლუსათა სინთეზისათვის არსებით ცალკეულ მომენტებს.

19.1. მატრიცული აღწერა

წრფივი სტაციონარული ოთხპოლუსას უმნიშვნელოვანესი თვისება მდგომარეობს იმაში, რომ ოთხი კომპლექსური ამპლიტუდა $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$ გარე ზემოქმედების ნებისმიერი სიხშირისას ერთმანეთთან დაკავშირებულია წრფივი ალგებრული განტოლებებით. ორი ნებისმიერად არჩეული კომპლექსური ამპლიტუდა შეიძლება ჩავთვალოთ დამოუკიდებელ სიდიდეებად, ხოლო დანარჩენი ორი უნდა განისაზღვროს მათი საშუალებით. ეს საფუძვლად უდევს წრფივი ოთხპოლუსების მატრიცულ აღწერას.
ასე რომ, თვლიან რა დამოუკიდებელ ცვლადებად ძაბვას და დენს გამოსასვლელზე, ხშირად იყენებენ გადაცემის მატრიცას ($ABCD$-მატრიცას). ამ დროს

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ I_1 &= C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 \end{aligned} \qquad (19.1)$$

A, B, C და D კოეფიციენტებს სხვადასხვა ფიზიკური განზომილებები აქვთ და შეიძლება განსაზღვრულნი იქნენ უქმი სვლისა და მოკლე ჩართვის ცდებიდან. გადაცემის მატრიცები განსაკუთრებით მოსახერხებელია ოთხპოლუსათა კასკადური შეერთების აღწერისათვის, ვინაიდან რეზულტიური მატრიცა არის ცალკეული რგოლების მატრიცების ნამრავლი. თუ მოცემულია ოთხპოლუსას მატრიცა და დატვირთვის წინაღობა,

მაშინ შეიძლება გამოითვალოს ეგრეთწოდებული ***წრედის ფუნქციები***, რომელთაც მიაკუთვნებენ მაგალითად:

ა) შესასვლელ წინაღობას $Z_{შეს} = \dot{U}_1 / I_1$;

ბ) გადამცემ წინაღობას $Z_{გად} = \dot{U}_2 / \dot{I}_1$;

გ) ძაბვის გადაცემის სიხშირულ კოეფიციენტს $K = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$.

წრედის ფუნქციები ზოგად შემთხვევაში დამოკიდებულია სიხშირეზე. წრედის ნებისმიერი ფუნქცია გამოისახება ოთხპოლუსას მატრიცის ელემენტების და დატვირთვის წინაღობის საშუალებით. ამგვარად, (19.1) განტოლების მარცხენა და მარჯვენა ნაწილების ერთმანეთზე გაყოფით, ვპიგებთ, რომ შესასვლელი წინაღობა

$$Z_{შეს}(j\omega) = (AZ_{დ} + B)/(CZ_{დ} + D)\,. \qquad (19.2)$$

ანალოგიურად, ძაბვის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი

$$K(j\omega) = Z_{დ}/(AZ_{დ} + B)\;. \qquad (19.3)$$

მივაქციოთ ყურადღება იმას, რომ ფუნქცია $K(j\omega)$ დამოკიდებულია სისტემაში ენერგიის გადაცემის მიმართულებაზე. **(პირდაპირი და უკუ გადაცემის კოეფიციენტები ზოგად შემთხვევაში არ ემთხვევიან ერთმანეთს).**

თუ წყარო და დატვირთვა ადგილებს გაცვლიან, მაშინ შემოაქვთ უკუმიმართულებით გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი (დატვირთვა მარცხნივ):

$$K_{უკუ} = \dot{U}_1 / \dot{U}_2 \qquad (19.4)$$

19.2. ოთხპოლუსას გადაცემის ფუნქცია

შემდგომში გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტის არგუმენტად გამოყენებული იქნება არა მარტო ცვლადი $j\omega$, არამედ კომპლექსური სიხშირე p, ე.ი. $K(j\omega)$ ფუნქციასთან ერთად განხილული იქნება უფრო ზოგადი მახასიათებელი – გადაცემის ფუნქცია $K(p)$. ოთხპოლუსას გადაცემის ფუნქციას აქვს თავი 8-ში განხილული წრფივი სტაციონარული სისტემების გადაცემის ფუნქციების ყველა თვისება. ამგვარად, მუდმივ პარამეტრებიანი წრფივ ოთხპოლუსას პასუხობს ფუნქცია

$$K(p) = K_0 \frac{(p - z_1)(p - z_2)...(p - z_m)}{(p - p_1)(p - p_2)...(p - p_n)}\,,$$

სადაც K_0 მუდმივი სიდიდეა. თუ წრედი მდგრადია, მაშინ პოლუსები $p_1, p_2, ...p_n$ განლაგებული უნდა იყოს მარცხენა ნახე-

ვარ სიბრტყეში და ქმნიდნენ კომპლექსურად-შეუღლებულ წყვილებს.

ჩვეულებრივ შემოაქვთ დამატებითი პირობა – $K(p)$ ***ფუნქციის პოლუსების რიცხვი უნდა აჭარბებდეს ნულების რიცხვს,*** ე.ი. უსასრულოდ დაშორებულ წერტილში უნდა არსებობდეს გადაცემის ფუნქციის არა პოლუსი, არამედ ნული. მაშინ იმპულსური მახასიათებელი

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}K(j\omega)e^{j\omega t}d\omega=\frac{1}{2\pi j}\oint_{C}K(p)e^{pt}dp$$

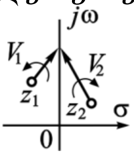
აღმოჩნდება შემოფარგლული, რამდენადაც ინტეგრების კონტურის უსასრულოდ დიდი რადიუსისას ინტეგრალქვეშა ფუნქციის ექსპონენციალურ თანამამრავლს შეუძლია "ჩაახშოს" ინტეგრალი რკალის გასწვრივ.

აღსანიშნავია, რომ გადაცემის ფუმქციის ნულის არსებობა უსასრულოდ დაშორებულ წერტილში უზრუნველყოფს წრედის ასმ-ის ვარდნას ძალიან მაღალ სიხშირეებზე.

19.3. გადაცემის ფუნქციის ნულების განლაგება

მდგრადი წრფივი ოთხპოლუსას $K(p)$ ფუნქციის პოლუსებისაგან განსხვავებით ნულები შეიძლება განლაგდნენ p ცვლადის როგორც მარცხენა, ასევე მარჯვენა ნახევარსიბრტყეში. მართლაც, თუ $K(p)=0$, ეს მხოლოდ ნიშნავს იმას, რომ რაღაც $U_1(p)\neq 0$ დროს $U_2(p)$ გამოსასვლელი ძაბვის გამოსახულება ნულად იქცევა. ეს არ ეწინააღმდეგება მდგრადი სისტემების თვისებებს.

ოთხპოლუსებს, რომელთაც არ გააჩნიათ გადაცემის ფუნქციის ნულები მარჯვენა ნახევარსიბრტყეში, **უწოდებენ *მინიმალურ-ფაზურ წრედებს.*** თუ ნულები გვაქვს მარჯვენა ნახევარსიბრტყეში, მაშინ ასეთ ოთხპოლუსებს უწოდებენ ***არამინიმალურ-ფაზურ წრედებს.***



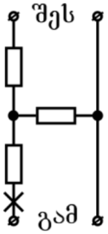
ნახ. 19.2

მოცემული ტერმინოლოგია დაკავშირებულია შემდეგ გარემოებებთან. განვიხილოთ კომპლექსური სიხშირის სიბრტყე (ნახ. 19.2), რომელზედაც აღნიშნულია რაღაც z_1 და z_2 წერტილები და მარცხენს და მარჯვენა ნახევარსიბ რტყეებში. ვთქვათ ეს წერტილები წარმოადგენენ ოთხპოლუსას გადაცემის ფუნქციის ნულებს. თუ წრედი იმყოფება ჰარმონიული გარე ზემოქმედების ქვეშ ისე, რომ $p=j\omega$, მაშინ

მოცემულ წერტილებს შეესაბამება ორი ვექტორი კომპლექსურ სიბრტყეზე: $V_1 = j\omega - z_1$ და $V_2 = j\omega - z_2$, რომლებიც პასუხობენ (19.5) ფორმულის მრიცხველში შესაბამის თანამამრავლებს. ორივე ვექტორი ბრუნდება და იცვლის სიგრძეს ω სიხშირის ცვლილებისას. განსხვავება მათ შორის მხოლოდ ისაა, რომ V_1 ვექტორი სიხშირის ცვლილებისას ∞-დან $-\infty$-მდე გადაცემის სიხშირული მახასიათებლის ფაზურ კუთხეს ზრდის π რადიანით იმ დროს, როცა ვექტორი V_2 იმავე პირობებისას ამცირებს ფაზას იმავე სიდიდით. ოთხპოლუსას გადაცემის კოეფიციენტი წარმოადგენს წილად-რაციონალურ ფუნქციას, რომლის არგუმენტის ცვლილება

$$\Delta \arg K(j\omega)\Bigg|_{\omega=-\infty}^{\omega=+\infty} = \Delta \arg(\text{მრიცხველი}) - \Delta \arg(\text{მნიშვნელი}).$$

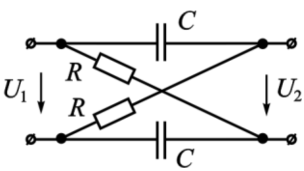
ამიტომ ნულებისა და პოლუსების ერთნაირი რიცხვის დროს არამინიმალურ-ფაზური წრედი უზრუნველყოფს გადაცემის კოეფიციენტის ფაზის აბსოლუტური მნიშვნელობით უფრო მეტ ცვლილებას მინიმალურ-ფაზურ წრედთან შედარებით.



ნახ. 19.3

$K(p)$ ფუნქციის ნულების განლაგება დაკავშირებულია წრედის ტოპოლოგიურ სტრუქტურასთან. წრედების თეორიაში ნაჩვენებია, რომ მინიმალურ-ფაზური იქნება შემდეგი თვისებების მქონე ნებისმიერი ოთხპოლუსა: სიგნალის გადაცემა შესასვლელიდან გამოსასვლელზე შეიძლება **მთლიანად შეწყდეს ერთადერთი შტოს გაწყვეტის გზით** (იხ. ნახ.19.3). კერძოდ, მინიმალურ-ფაზური იქნებიან საფეხუროვანი სტრუქტურის ნებისმიერი ოთხპოლუსები.

არამინიმალურ-ფაზურ ოთხპოლუსებს აქვთ, როგორც წესი, ბოგური (გადაჯვარედინებული) წრედების სტრუქტურა, რომელშიც სიგნალი გამოსასვლელზე გადის ორი ან მეტი არხით. უმარტივესი არამინიმალურ-ფაზური წრედი ესაა სიმეტრიული ბოგური ოთხპოლუსა, შექმნილი R და C ელემენტებით. აქ, როგორც ადვილად დავინახავთ, ძაბვის მიხედვით გადაცემის ფუნქცია



ნახ. 19.4

$$K(p) = (pRC - 1)/(pRC + 1). \tag{19.6}$$

მოცემულ ფუნქციას აქვს ერთადერთი ნული $z = 1/(RC)$, რომელიც იმყოფება მარჯვენა ნახევარსიბრტყეში.

თუმცა ბოგური სტრუქტურა არ იძლევა წრედის არამინიმალურ-ფაზურ კლასთან ავტომატური მიკუთვნების გარანტიას.
ყოველ ცალკეულ შემთხვევაში უნდა შემოწმდეს მარჯვენა ნახევარსიბრტყეში გადაცემის ფუნქციის ნულების არსებობა-არარსებობა.