თავი IV. წრფივ სტაციონარულ სისტემებზე შემთხვევითი სიგნალების ზემოქმედება

თავებში I, II გადმოცემულია მეთოდები, რომლებიც საშუალებას გვაძლევს ამოვხსნათ წრფივ სტაციონარულ სისტემებში დეტერმინირებული სიგნალების გასვლის ამოცანები. ბოლო ნაბიჯს, რომელსაც ასრულებს წრფივი სისტემების თეორია, წარმოადგენს ამ მეთოდების გადატანა სტატისტიკურ არეში.

დავუშვათ, რომ წრფივი სტაციონარული სისტემის შესასვლელზე არსებობს რხევა $x(t)$, რომელიც წარმოადგენს შემთხვევითი პროცესის $X(t)$ რაღაც რეალიზაციას. თუ ეს რეალიზაცია წინასწარ მითითებულია, მაშინ არავითარი ახალი ამოცანა არ დგება – $x(t)$ სიგნალს უნდა მივუდგეთ როგორც დეტერმინირებულ, თუმცა, შესაძლოა საკმაოდ რთულად ასაღწერ ფუნქციას. ვიცით რა სისტემის მათემატიკური მოდელი, რომელიც განისაზღვრება, მაგალითად, გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტით $K(j\omega)$, პრინციპში ყოველთვის შესაძლებელია ვიპოვოთ გამოსასვლელი რეაქცია $y(t)$.

თუმცა სტატისტიკური თეორიის სპეციფიკა (სტატისტიკური მიდგომა სისტემაში სიგნალების გარდაქმნისადმი) იმაში მდგომარეობს, რომ გამოსასვლელი სიგნალის შესახებ ასეთი სრული ცნობები მიუწვდომელია – შესასვლელი სიგნალის დეტერმინირებული აღწერილობის ნაცვლად ჩვენ გვაქვს მხოლოდ შემთხვევითი პროცესის $X(t)$ გასაშუალებული სავარაუდო ალბათობების შესახებ ცნობები. ასეთი მახასიათებლები შეიძლება აღმოჩნდეს ალბათობის ერთგანზომილებიანი და მრავალგანზომილებიანი სიმკვრივეები, ასევე სხვადასხვა მომენტური ფუნქციები, უწინარეს ყოვლისა **მათემატიკური მოლოდინი** და **კორელაციის ფუნქცია**. ჩვენი მიზანია გამოვიკვლიოთ ის კავშირი $X(t)$ და $Y(t)$ პროცესების სტატისტიკურ მახასიათებლებს შორის, რომელიც შეიძლება ნაპოვნი იქნას სისტემის მატემატიკური მოდელის საფუძველზე.

თემა 11.1. წრფივ სტაციონარულ სისტემებზე შემთხვევითი სიგნალების ზემოქმედების ანალიზის სპექტრული მეთოდი

თავდაპირველად შემოვიტანოთ შეზღუდვა – განვიხილავთ მხოლოდ შესასვლელ შემთხვევით პროცესებს $X(t)$, სტაციონარულებს ფართო გაგებით. როგორც ცნობილია, **ეს ნიშნავს, რომ** რეალიზაციების $x(t)$ საწყისი მნიშვნელობების **მათემატიკური მოლოდინი დროის მიხედვით მუდმივია** იმ

დროს, როცა კორელაციის ფუნქცია $R_x(t_1,t_2)=x(t_1)x(t_2)-(\bar{x})^2$ დამოკიდებულია მხოლოდ სიდიდეზე $|\tau|=|t_1-t_2|$ –აბსოლუტურ ძვრაზე დროის ღერძზე იმ წერტილებს შორის, რომლებშიც ხდება მყისიერი მნიშვნელობების გაზომვა.

შემდგომში ყველგან ვივარაუდებთ, რომ $\bar{x}(t)=0$. ეს ვარაუდი არ ზღუდავს განსჯების და დასკვნების ზოგადობას. განსახილველი წრედების წრფივობის თვისების წყალობით შესასვლელი სიგნალის მუდმივი მდგენელის გამოსასვლელ გამოძახილზე ზემოქმედების შესახებ ამოცანა შეიძლება გადაწყვეტილი იყოს დამოუკიდებლად და, რაც მთავარია, სტატისტიკური მეთოდების გამოყენების გარეშე.

11.1.1. გამოსასვლელი სიგნალის საშუალო მნიშვნელობა.

განვიხილოთ შესასვლელი სიგნალის $x(t)$ ცალკე აღებული რეალიზაცია და წარმოვიდგინოთ ის ფურიეს ინტეგრალის სახით (შემთხვევითი პროცესის რეალიზაციების სპექტრალური წარმოდგენის შესაძლებლობის შესახებ იხ. წიგნი “სიგნალების თეორია”, § 7.1.): $x(t)=\dfrac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega)e^{j\omega t}d\omega$.

სისტემის გამოსასვლელი სიგნალი იქნება ნაპოვნი, თუ ცნობილია მისი **გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი** $K(j\omega)$:

$$y(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega)K(j\omega)e^{j\omega t}d\omega . \qquad (4.1)$$

განცალკევებული რეალიზაციიდან შესასვლელი სიგნალე-ბის სტატისტიკურ ანსამბლზე გადასვლისას უნდა ჩავთვალოთ, რომ სპექტრალური სიმკვრივე $S_x(\omega)$ შემთხვევითი ფუნქციაა, ამასთან (იხ. “სიგნალების თეორია” თავი 7) $X(t)$ პროცესის სტაციონარულობის შესახებ ვარაუდი სვამს პირობას: სპექტრალური სიმკვრივის საშუალო მნიშვნელობა $\overline{S_x(\omega)}=0$.

ამიტომ ვასრულებთ რა სტატისტიკურ გასაშუალოებას (4.1) გამოსახულების ორივე ნაწილში, (გასაშუალოება ხდება რეალიზაციების ანსამბლის მიხედვით), გვაქვს

$$\overline{y(t)}=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \overline{S_x(\omega)}K(j\omega)e^{j\omega t}d\omega=0 . \qquad (4.2)$$

11.1.2. კორელაციის ფუნქცია და სისტემის გამოსასვლელზე შემთხვევითი სიგნალის სიმძლავრის სპექტრული სიმკვრივე.

იმისათვის, რომ გამოვთვალოთ **კორელაციის ფუნქცია** $R_y(\tau)$, აუცილებელია, (4.1) სპექტრულ დაშლასთან ერთად ვიცოდეთ გამოსასვლელი სიგნალის მნიშვნელობა $t+\tau$ დროის მომენტში. ეს მნიშვნელობა შეიძლება მივიღოთ **ფურიეს** გარდაქმნის ცნობილი თვისებების საფუძველზე:

$$y(t+\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega')K(j\omega')e^{j\omega'\tau}e^{j\omega' t}d\omega' . \qquad (4.3)$$

სიგნალის დროში ძვრას პასუხობს სპექტრული სიმკვრივის გამრავლება წარმოსახვით მაჩვენებლიან ექსპონენციალურ ფუნქციაზე $e^{j\omega'\tau}$.

მცირე (და არა პრინციპიალური) დეტალი, რომელიც განეკუთვნება გამოთვლების ტექნიკას: **ფუნქცია** $y(t)$ **ნამდვილია**, ამიტომ ფორმულა (4.3) არ შეიცვლება, თუ მის მარჯვენა ნაწილში გადავალთ კომპლექსურად-შეუღლებულ სიდიდეებზე:

$$y(t+\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_x^*(\omega')K^*(j\omega')e^{-j\omega'\tau}e^{-j\omega' t}d\omega' . \qquad (4.4)$$

გამოსასვლელი სიგნალის კორელაციის ფუნქციას ვიპოვით, თუ გადავამრავლებთ სიგნალებს, განსაზღვრულს (4.1) და (4.4) ტოლობებით, ხოლო შემდეგ მოვახდენთ სტატისტიკურ გასაშუალოებას:

$$R_y(\tau)=\overline{y(t)y(t+\tau)}=\frac{1}{4\pi^2}\int\int_{-\infty}^{\infty}\overline{S_x(\omega)S_x^*(\omega')}K(j\omega)K^*(j\omega')e^{-j\omega'\tau}e^{j(\omega-\omega')t}d\omega d\omega'. \qquad (4.5)$$

ერთი შეხედვით, ამ ფორმულის ანალიზი შეიძლება მოგვეჩვენოს უიმედოდ რთულად. მაგრამ უნდა გავითვალისწინოთ, რომ განსახილველი შესასვლელი შემთხვევითი პროცესი სტაციონარულია, ამიტომ (“ელექტრული სიგნალები”, თავი 7 ფორმულა 7.5) მისი ცალკეული რეალიზაციების სპექტრალური სიმკვრივეები **დელტა-კორელირებულია**, ე.ი.

$$\overline{S_x(\omega)S_x^*(\omega')}=2\pi W_x(\omega)\delta(\omega-\omega') , \qquad (4.6)$$

სადაც W_x – სტაციონარული შემთხვევითი $X(t)$ პროცესის **სპექტრული სიმკრივის სიმძლავრეა**.

შესასვლელი სიგნალის სპექტრის ეს თავისებურება საშუალებას გვაძლევს გამოვარკვიოთ (4.5) ფორმულის მარტივი აზრი

$$R_y(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(\omega) |K(j\omega)|^2 e^{-j\omega\tau} d\omega \,,$$

ან, ტოლი უფლებით, $$R_y(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_x(\omega) |K(j\omega)|^2 e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (4.7)$$

(აქ გამოიყენება დელტა-ფუნქციის მაფილტრირებელი თვისება).

(4.7) ფორმულა, ფაქტიურად შეიცავს დასახული ამოცანის სრულ გადაწყვეტას კორელაციური თეორიის ჩარჩოებში: გამოსასვლელი შემთხვევითი სიგნალის სიმკვრივის სპექტრი დაკავშირებულია შესასვლელი სიგნალის ანალოგიურ სპექტრთან თანაფარდობით

$$W_y(\omega) = W_x(\omega) |K(j\omega)|^2 . \quad (4.8)$$

გამოყენებით ამოცანებში ხშირად გვაქვს საქმე ცალმხრივ $N_x(f)$ და $N_y(f)$ სპექტრებთან, რომლებიც განსაზღვრულია მხოლოდ ჰერცებში დადებით f სიხშირეებზე. ცხადია, რომ

$$N_y(f) = N_x(f) |K(j2\pi f)|^2 \;, \quad (4.9)$$

ამიტომ გამოსასვლელი სიგნალის დისპერსია

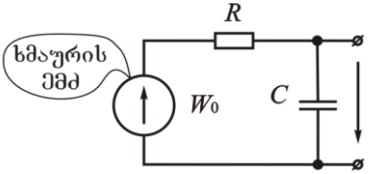
$$\sigma_y^2 = R_y(0) = \int_0^{\infty} N_y(f) |K(j2\pi f)|^2 df \quad (4.10)$$

წარმოადგენს შესასვლელი სიგნალის სიმძლავრის სპექტრის იმ წილების შეკრების შედეგს, რომლებიც გამრავლებულია სიხშირეზე დამოკიდებელ გადაცემის კოეფიციენტის მოდულის კვადრატზე, ე.ი. **სიმძლავრის გადაცემის სიხშირულ კოეფიციენტზე.**

აქ განხილული წრიდან კონკრეტული ამოცანების გადაწყვეტის ტექნიკა კარგად ცნობილია – ესაა ფურიეს ინტეგრალის გამოთვლის შესაძლო მეთოდები. ამიტომ ქვემოთ მოყვანილ მაგალითებში ყურადღება იქნება გადატანილი საქმის არა იმდენად მათემატიკურ მხარეზე, რამდენადაც პროცესების ფიზიკური თავისებურებების განსჯაზე.

მაგალითები

***მაგალითი* 11.1.** *1-ლი რიგის დინამიკური სისტემა, რომლის პრინცი-პიალური სქემა მოყვანილია მაინტეგრირებელი RC წრედის სახით (იხ. ნახ. 11.1), შესასვლელის მხრიდან აღგზნებულია ხმაურის ემძ-ის წყაროთი, რომელსაც ყველა სიხშირეზე გააჩნია მუდმივი სიმძლავრის სპექტრალური სიმკვრივე W_0 (ვ²·წმ). განვსაზღვროთ გამოსასვლელი ძაბვის $y(t)$ დისპერსია და კორელაციის ფუნქცია.*



ნახ. 11.1

ამოხსნა: *მოცემული სქემისთვის გამოვთვალოთ სიმძლავრის გადაცემის კოეფიციენტი:*

$$|K(j\omega)|^2 = 1/[1+\omega^2(RC)^2] .$$

შემდეგ ფორმულით (4.7), $\tau = 0$ ჩასმით, განვსაზღვროთ ხმაურის დისპერსია გამოსასვლელზე:

$$\sigma_y^2 = \frac{W_0}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{d\omega}{1+\omega^2(RC)^2} = \frac{W_0}{2RC} . \qquad (4.11)$$

გამოსასვლელი სიგნალის კორელაციის ფუნქცია

$$R_y(\tau) = \frac{W_0}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{j\omega\tau}d\omega}{1+\omega^2(RC)^2} . \qquad (4.12)$$

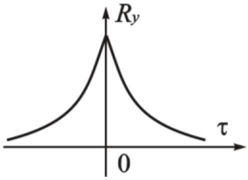
აქ

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{j\omega\tau}d\omega}{1+\omega^2(RC)^2} = 2\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos\omega\tau d\omega}{1+\omega^2(RC)^2} .$$

უკანასკნელი ინტეგრალი წარმოადგენს ცხრილის ინტეგრალს [15], *ამიტომ მზა შედეგის გამოყენებით, ვღებულობთ*

$$R_y(\tau) = \frac{W_0}{2RC}\exp(-\frac{|\tau|}{RC}) \qquad (4.13)$$

(კორელაციის ფუნქციის ნიშანი უცვლელია. ეს ნიშნავს, რომ გამოსასვლელი სიგნალი არ წარმოადგენს კვაზიპერიოდულს იხ. ნახ. 11.2).



ნახ. 11.2

ამგვარად, მაინტეგრებელი წრედის "თეთრი ხმაურით" აღგზნებით, გამოსასვლელზე ვღებულობთ შემთხვევით პროცესს ექსპონენციალური ტიპის კორელაციის ფუნქციით.

არსებითია, რომ RC წრედი, რომელიც ინერციულია, ასრულებს ცნობილ "მოწესრიგებას": თუ შესასვლელი სიგნალი, რომელიც წარმოადგენს **თეთრ ხმაურს**, აბსოლუტურად არაპროგნოზირებადია, მაშინ გამოსასვლელი სიგნალი აღმოჩნდება გაგლუვებული; მისი კორელაციის ინტერვალს აქვს **წრედის მუდმივას დროის რიგი**.

მაგალითი 11.2. თეთრი ხმაურის ზემოქმედება ერთკონტურიან რეზონანსულ გამაძლიერებელზე.

ამოხსნა: დავუშვათ, რომ თეთრი ხმაურის ემძ-ის წყარო სიმძლავრის ცალმხრივი სპექტრით N_0 ($ვ^2$/ჰც). აღაგზნებს მცირე რხევების რეზონანსული გამაძლიერებლის შესასვლელს. მოცემული სისტემის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი

$$K(j2\pi\omega)=\frac{-K_{რეზ}}{1+j2\pi(f-f_{რეზ})};$$

სიმძლავრის გადაცემის კოეფიციენტი

$$\left|K(j2\pi\omega)\right|^2=\frac{K^2_{რეზ}}{1+4\pi^2(f-f_{რეზ})^2\tau_k^2}.$$

დისპერსიის გამოთვლა ხდება (4.10) ფორმულის მიხედვით

$$\sigma_y^2=N_0K^2_{რეზ}\int_0^\infty\frac{df}{1+4\pi^2(f-f_{რეზ})^2\tau_k^2}.$$

შემოვიტანოთ ცვლადი $\eta=f-f_{რეზ}$ და დავუშვათ, რომ გამაძლიერებლის რხევითი კონტური იმდენად ვარგისია, რომ გადაცემის კოეფიციენტი $f=0$ დროს შეიძლება ჩაითვალოს ნულოვანად. მაშინ

$$\sigma_y^2=N_0K^2_{რეზ}\int_0^\infty\frac{d\eta}{1+4\pi^2\eta^2\tau_k^2}=\frac{N_0K^2_{რეზ}}{2\tau_k}. \tag{4.14}$$

საბოლოოდ, გამოსასვლელი სიგნალის კორელაციის ფუნქცია

$$R_y(\tau)=\frac{N_0K^2_{რეზ}}{2\pi}\int_0^\infty\frac{\cos\omega\tau d\omega}{1+(\omega-\omega_{რეზ})^2\tau_k^2}\approx\frac{N_0K^2_{რეზ}}{2\pi}\int_{-\infty}^\infty\frac{\cos(\Omega+\omega_{რეზ})\tau d\Omega}{1+\Omega^2\tau_k^2}=$$

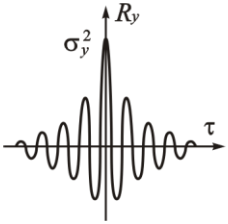
$$=\frac{N_0K^2_{რეზ}}{2\pi}\left[\int_{-\infty}^\infty\frac{\cos\Omega\tau d\Omega}{1+\Omega^2\tau_k^2}\right]\cos\omega_{რეზ}\tau= \tag{4.15}$$

$$=\frac{N_0K^2_{რეზ}}{2\pi}\exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_k}\right)\cos\omega_{რეზ}\tau$$

ჩანს, რომ აქ მიღებულ კორელაციის ფუნქციას აქვს სახე

$$R_y(\tau)=\sigma_y^2\rho(\tau)\cos\omega_{რეზ}\tau \tag{4.16}$$

(იხ. ნახ. 11.3), *რომელიც დამახასიათებელია ვიწროზოლოვანი შემთხვევითი პროცესისათვის, რამდენადაც მომვლები* $\rho(\tau)=\exp(-|\tau|/\tau_k)$ *წარმოადგენს ნელ ფუნქციას მაღალსიხშირულ შემავსებელთან შედარებით.*

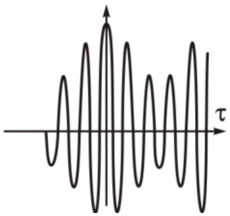


ნახ. 11.3

(ანუ კორელაციის ფუნქციის მნიშვნელობა ნულში ტოლია გამოსასვლელი სიგნალის დისპერსიის).

ვიწროზოლოვანი გამაძლიერებლის გამოსასვლელზე შემთხვევითი სიგნალის ნებისმიერი რეალიზაცია წარმოადგენს კვაზიჰარმონიულ რხევას შემთხვევითი მომვლებითა და მყისიერი სიხშირით. საშუალოდ შევსების სიხშირე ტოლია რხევითი სისტემის რეზონანსული სიხშირისა. გამოსასვლელი სიგნალის ასეთი თვისება ადვილად აიხსნება, თუ შევნიშნავთ, რომ ეს სიგნალი წარმოადგენს მრავალრიცხოვანი ელემენტარული გამოძახილების აჯამვის შედეგს, რომელთაგან თითოეული სისტემის იმპულსური მახასიათებლის პროპორციულია (დუამელის ინტეგრალის პრინციპი).

იმისათვის, რომ წარმოდგენა გვქონდეს იმ სიდიდეების რიგზე, რომელთანაც საქმე აქვს სტატისტიკურ რადიოტექნიკას (იხ. შემთხვევითი სიგნალის ტიპიური რეალიზაცია რეზონანსული გამაძლიერებლის გამოსასვლელზე ნახ. 11.4), *შევაფასოთ ხმაურის დისპერსია რეზონანსული გამაძლებლის გამოსასვლელზე შემდეგი საწყისი მონაცემების დროს:*



ნახ. 11.4

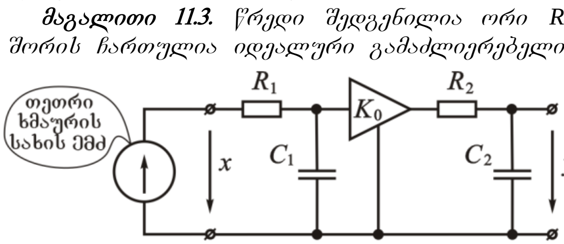
$N_0 = 10^{16}$ (ვ^2/ჰც), $K_{რეზ} = 30$, $f_{რეზ} = 1.59\times10^7$ ჰც, $Q_{ეკვ} = 60$.

კონტურის დროის მუდმივა

$\tau_k = 2Q_{ეკვ}/\omega_{რეზ} = 1.2$ მკწმ, *ამიტომ* (4.14)

ფორმულის საფუძველზე დისპერსია $\sigma_y^2 = 10^{-16}\cdot900/(2.4\cdot10^{-6})=3.75\cdot10^{-8}$ ვ^2;
ხოლო ხმაურის ეფექტური ძაბვა, რომელიც დისპერსიიდან კვადრატული ფესვის ტოლია, შეადგენს 194 მკვ.

მაგალითი 11.3. *წრედი შედგენილია ორი* RC *რგოლით, რომელთა შორის ჩართულია იდეალური გამაძლიერებელი გაძლიერების კოეფიციენტით* K_0.



წრედის შესასვლელზე ჩართულია თეთრი ხმაურის სახის ემძ-ის წყარო ცნობილი

ნახ. 11.5 *სიმძლავრის სპექ-ტრალური სიმკვრივით* W_0 (ვ^2.წმ). *გამოვთვალოთ გამოსასვლელი ძაბვის კორელაციის ფუნქცია.*

ამოხსნა: *სიმძლავრის გადაცემის კოეფიციენტი*

$$\left|K(j\omega)\right|^2 = \frac{K_0^2}{(1+\omega^2\tau_1^2)(1+\omega^2\tau_2^2)}$$

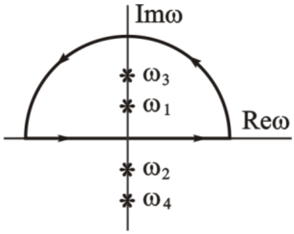
(4.7)-*ის შესაბამისად გამოსასვლელი ძაბვის კორელაციის ფუნქცია*

$$R_y(\tau) = \frac{W_0 K_0^2}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{exp(j\omega\tau)d\omega}{(1+\omega^2\tau_1^2)(1+\omega^2\tau_2^2)} \tag{4.17}$$

მიზანშეწონილია ვისარგებლოთ ***ნაშთთა თეორიით,*** *იმავე გზის გამეორებით, რაც მოყვანილი იყო* I-*ელ თავში* RC *წრედის იმპულსური მახასიათებლის ანალიზისას. ინტეგრალქვეშა ფუნქციას* (4.17)-*ში აქვს ოთხი მარტივი პოლუსი კოორდინატებით* $\omega_{1,2} = \pm j/\tau_1$, $\omega_{3,4} = \pm j/\tau_2$.

გამოვთვალოთ ფუნქცია $R_y(\tau)$ *როცა* $\tau > 0$, *ინტეგრების კონტურის შეკვრით ზედა ნახევარსიბრტყეში* (იხ. ნახ. 11.6). *ინტეგრალქვეშა ფუნქციის ნაშთი* ω_1 *წერტილში*

$$res\big|_{\omega=\omega_1} = \left.\frac{\exp(j\omega\tau)d\omega}{\dfrac{d}{d\omega}(1+\omega^2\tau_1^2)(1+\omega^2\tau_2^2)}\right|_{\omega=\omega_1} = \frac{\tau_1\exp(-\tau/\tau_1)}{2j(\tau_1^2-\tau_2^2)}$$



ნახ. 11.6

ანალოგიურად ვპოულობენ ნაშთს $\omega = \omega_3$ *წერტილში, რომელიც მდებარეობს ინტეგრირების კონტურის შიგნით.*

$$res\big|_{\omega=\omega_3} = \frac{-\tau_2\exp(-\tau/\tau_2)}{2j(\tau_1^2-\tau_2^2)}.$$

აქედან, ***კოშის თეორემის*** *გამოყენე-ბით, ადვილად ვპოულობთ, რომ* $\tau > 0$ *დროს*

$$R_y(\tau) = \frac{W_0 K_0^2}{2(\tau_1^2-\tau_2^2)}(\tau_1 e^{-\tau/\tau_1} - \tau_2 e^{-\tau/\tau_2}). \tag{4.18}$$

როცა $\tau < 0$ *კორელაციის ფუნქცია მიიღება ამავე ფორმულიდან* τ *შეცვლისას* $-\tau$ *-თი. ეს გამომდინარეობს კორელაციის ლუწი ფუნქციის თვისებიდან, თუმცა შედეგი შეიძლება დადასტურებული იქნას პირდაპირი გამოთვლით.* (**გახსოვდეთ, რომ როცა** $\tau < 0$ **ინტეგრირების რკალის გზა უნდა ჩავკეტოთ უსასრულოდ დიდი რადიუსის კომპლექსური** ω **სიხშირის ქვედა ნახევარსიბრტყეში**).

ამრიგად,

$$R_y(\tau)=\frac{W_0K_0^2}{2(\tau_1^2-\tau_2^2)}(\tau_1 e^{-|\tau|/\tau_1}-\tau_2 e^{-|\tau|/\tau_2})\,. \qquad (4.19)$$

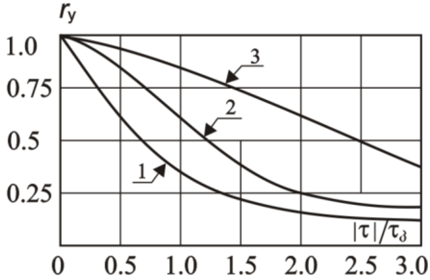
გამოსასვლელი სიგნალის დისპერსია

$$R_y^2=R_y(0)=\frac{W_0K_0^2}{2(\tau_1+\tau_2)}\,, \qquad (4.20)$$

ამიტომ გამოსასვლელი შემთხვევითი პროცესის ნორმირებული კორელაციის ფუნქცია

$$r_y(\tau)=\frac{1}{\tau_1-\tau_2}(\tau_1 e^{-|\tau|/\tau_1}-\tau_2 e^{-|\tau|/\tau_2})\,. \qquad (4.21)$$

ნახ. 11.7 *გამოსახულია* (4.21) *ფორმულით გამოთვლილი შედეგები თანაფარდობის ორი განსხვავებული შემთხვევისას.*



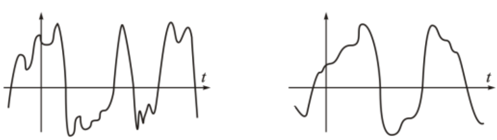
ნახ. 11.7

ორი *RC* წრედისაგან შემდგარი სისტემის გამოსასვლელზე შემთხვევითი პროცესის ნორმირებული კორელაციის ფუნქცია: 1 – როცა $\tau_2=\tau_1/2$; 2 –როცა $\tau_1=\tau_2$

ამავე ნახაზზე შედარებისათვის წარმოდგენილია მრუდი, რომელიც ასახავს $r_y(\tau)$ ფუნქციას ერთი მაინტეგრებელი RC წრედის გამოსასვლელზე დროის მუდმივათი τ_1.

საინტერესოა ავღნიშნოთ არა მარტო კორელაციის ინტერვალის ზრდა, რომელიც გამოწვეულია მეორე ინერციული წრედის დამატებით, ასევე ორ რგოლიანი ფილტრის $r_y(\tau)$ ფუნქციის ხასიათის ცვლილება $\tau=0$ წერტილის მიდამოში. კორელაციის ფუნქციის მეორე წარმოებულის არსებობა ამ წერტილში უზრუნველყოფს გამოსასვლელი შემთხვევითი პროცესის დიფერენცირებადობას (იხ. ”სიგნალების თეორია” თავი 7). ფიზიკურად დიფერენცირებადობა აღნიშნავს სიგნალის რეალიზაციების სიგლუვეს, რომლებიც გადიან ორ კასკადურად შეერთებულ RC წრედს.

* ნახ. 11.8-ზე ნაჩვენებია თეთრი ხმაური, გარდაქმნილი ერთი და ორი მიმდევრობით ჩართული *RC* წრედით, შესაბამისად.



ნახ. 11.8