ᲗᲐᲕᲘ I. ᲓᲔᲢᲔᲠᲛᲘᲜᲘᲠᲔᲑᲣᲚᲘ ᲡᲘᲒᲜᲐᲚᲔᲑᲘᲡ ᲖᲔᲛᲝᲥᲛᲔᲓᲔᲑᲐ ᲮᲐᲖᲝᲕᲐᲜ ᲡᲢᲐᲪᲘᲝᲜᲐᲠᲣᲚ ᲡᲘᲡᲢᲔᲛᲔᲑᲖᲔ

1.1. ᲨᲔᲓᲔᲒᲔᲑᲘ

1. **სისტემური ოპერატორი** ეწოდება სისტემის შესასვლელის და გამოსასვლელებს შორის დამაკავშირებელ კანონს.
2. სისტემების კლასიფიკაცია ეფუძნება სისტემური ოპერატორების თვისებებს.
   განასხვავებენ წრფივი და არაწრფივი, სტაციონარული და არასტაციონარული, თავმოყრილი და განაწილებული სისტემები.
3. ხაზოვანი სისტემის რეაქციას დელტა-ფუნქციაზე უწოდებენ **იმპულსურ მახასიათებელს**.
4. სისტემის გამოსასვლელზე სიგნალი არის შესასვლელი სიგნალის და იმპულსური მახასიათებელის **ნახვევი**.
5. გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი და იმპულსური მახასიათებელი დაკავშირებული არიან **ფურიეს გარდაქმნის წყვილით**.
6. დინამიური სისტემის **საკუთარი რხევები** განისაზღვრება მახასიათებელი განტოლების ფესვებით.
7. დინამიური სისტემა აბსოლუტურად მდგრადია, თუ მახასიათებელი განტოლების ფესვებს აქვს უარყოფიტი ნამდვილი ნაწილები.
8. ხაზოვანი სტაციონარული სისტემის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი, რომელიც აღიწერება ჩვეულებრივ დიფერენციალური განტოლებით, არის სიხშირის წილად-რაციონალური სისტემა.
9. **გამოსასვლელი სიგნალის სპექტრული სიმკრივე** არის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტის და შესასვლელზე რხევის სპექტრული სიმკრივის ნამრავლი.
10. დატვირთვას შედგენილს პარალელურად შეერთებული R წინაღობის და C ტევადობის ელემენტებისაგან უწოდებენ **აპერიოდული,** ხოლო LC-კონტურით მიღებულ დატვირთვას ეწოდება – **რხევითი**.
11. მაძლიერებლის გატარების ზოლი მიღებულია შეფასდეს **საზღვრულ სიხშირით**, რომელზეც **ასმ** მნიშვნელობები მცირდება $\sqrt{2}-$ჯერ K_0 -თან შედარებით, სადაც $K_0 = SR_{ეკვ}$ მაძლიერებლის კოეფიციენტის მოდულია.

1.2. საკონტროლო კითხვები

1. მოიყვანეთ: წრფივი და არაწრფივი; სტაციონარული და არასტაციონარული სისტემების რამდენიმე მაგალითი.
2. რა პირობების დროს ხაზოვანი სისტემის რეაქცია მოკლე შესასვლელ იმპულსზე შეიძლება წარმოვიდგინოთ სისტემის იმპულსურ მახასიათებლად?
3. ჩამოაყალიბეთ სისტემის ფიზიკური რეალიზირების პირობა.
4. რა არის სისტემის გარდამავალი მახასიათებელი? როგორ არის ერთმანეთთან დაკავშირებული გარდამვალი და იმპულსური მახასიათებლები?
5. როგორ განისაზღვრება ხაზოვანი სისტემის გადაცემის სიხშირული კოეფიციეტი?
6. მოიყვანეთ **პელი-ვინერის** კრიტერიუმის ფორმულირება.
7. რაში მდგომარეობს დინამიური სისტემების განსხვავებული თვისება?
8. დაწერეთ ფორმულა, რომელიც განსაზღვრავს აპერიოდული დატვირთვის მქონე მცირე სიგნალების მაძლიერებელის სიხშირის გადაცემის კოეფიციენტს. რით განისაზღვრება გაძლიერების საზღვრული სიხშირე?
9. რაში მდგომარეობს წრფივ სისტემაში სიგნალის გასვლის სპექტრული ანალიზის მეთოდის აზრი.
10. რა ლოგარითმულ ერთეულებში იზომება სისტემაში სიგნალის გაძლიერება?
11. დახაზეთ დიფერენცირების და ინტეგრირების წრედების სქემები.
12. როგორ გარდაიქმნება შესასვლელი სიგნალის ვექტორი, რომელიც არის **გილბერტის სივრცის** ელემენტი, ხაზოვანი წრედის გავლისას?
13. რა არის სიმძლავრის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი?
14. მოიყვანეთ წრფივი სისტემის გადაცემის ფუნქციის ცნების განსაზღვრა.
15. კომპლექსური სიბრტყის რა არეში უნდა განლაგდეს მდგრადი ხაზოვანი სიტემის გადაცემის ფუნქციის პოლუსები?

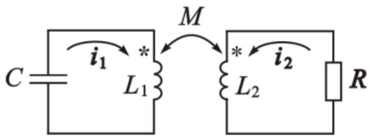
1.3. ამოცანების ამოხსნის ზოგადი მეთოდიკა

ზოგადი მეთოდი არ არსებობს. ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში მაგალითის/ამოცანის ამოხსნას უნდა მიუსადაგოდ შესაბამისი მათემატიკური აპარატი და ლოგიკური მსჯელობით ამოხსნათ დასმული მაგალითი ან ამოცანა.

1.4. ᲢᲘᲞᲘᲣᲠᲘ ᲐᲛᲝᲪᲐᲜᲔᲑᲘᲡ ᲐᲛᲝᲮᲡᲜᲘᲡ ᲛᲐᲒᲐᲚᲘᲗᲔᲑᲘ

1.4.1. წრფივი წრედების დიფერენციული განტოლებები. საკუთარი რხევები

მაგალითი მ.1.1. გამოიყვანეთ ნახ. მ.1.1-ზე მოყვანილი სქემის მახასიათებელი განტოლება, რომელიც აღწერს წრედის საკუთარი რხევების სიხშირეებს. იპოვეთ საკუთარი რხევების სიხშირეები კერძო შემთხვევებისათვის: ა) $M=0$; ბ) $R=\infty$; გ) $R=0$.



ნახ. მ.1.1

ამოხსნა: ავირჩიოთ დინამიურ ცვლადებად i_1 და i_2 დენები. მაშინ შედგება შემდეგი განტოლებათა სისტემა:

$$L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{C}\int i_1\mathrm{d}t+M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}=0,$$

$$L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}+Ri_2+M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}=0.$$

ვპოულობთ ამონახსნს შემდეგი სახით $i_1(t)=Ae^{\gamma t}$, $i_2(t)=Be^{\gamma t}$, მივიღებთ განტოლებათა ალგებრულ სისტემას

$$\left(\gamma L_1+\frac{1}{\gamma C}\right)A+\gamma M\cdot B=0,$$

$$\gamma M\cdot A+\left(\gamma L_2+R\right)\cdot B=0.$$

ამ სისტემის ამოსახსნელად აუცილებელია, რომ გამსაზღვრელი უდრიდეს ნულს, საიდანაც გამომდინარეობს მახასიათელი განტოლება

$$\left(\gamma^2L_1C+1\right)\left(\gamma L_2+R\right)-\gamma^3M^2C=0. \qquad \text{(I.1)}$$

თუ $M=0$, მაშინ კონტურები აღმოჩნდებიან დამოუკიდებელი. (I.1) განტოლებას აქვს სამი ფესვი, ერთი მადგანი $\gamma_1=-R/L_1$ ნამდვილია, ხოლო ორი სხვა $\gamma_{2,3}=\pm j/\sqrt{L_1C}$ - სუფთა წარმოსახვითია. γ_1 ფესვს პასუხობს მილევადი ექსპონენციალური პროცესი RL-წრედში; $\gamma_{2,3}$ ფესვებს შეესაბამება ჰარმონიული რხევები საკუთარი სიხშირით $\omega_{\text{საკ}}=1/\sqrt{L_1C}$ უდანაკარგო $LC-$ კონტურში.

თუ $R=\infty$, RL – კონტური ღიაა; LC – კონტურში შესაძლებელია არსებობდეს არამილევადი ჰარმონიული რხევები საკუთარი $\omega_{\text{საკ}}$ სიხშირით.

თუ $R=0$, მაშინ (I.1) განტოლება იღებს სახეს

$$\left(\gamma^2 L_1 C+1\right)\gamma L_2-\gamma^3 M^2 C=0 \quad\Rightarrow\quad \gamma^2\left(L_1L_2-M^2\right)C=-L_1, \qquad \text{(I.2)}$$

საიდანაც

$$\gamma_{2,3}=\pm\frac{j}{\sqrt{\left(1-k_{\text{ბმ}}^2\right)L_1C}}, \qquad \text{(I.3)}$$

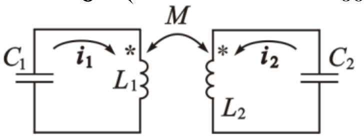
სადაც $k_{\text{ბმ}}=M/\sqrt{L_1L_2}\le 1$ – კონტურების ინდუქტიური ბმის კავშირის კოეფიციენტი.

ამასთან სისტემაში შეინიშნება საკუთარი ჰარმონიული რხევები სიხშირით

$$\omega_{\text{საკ}}=\frac{1}{\sqrt{\left(1-k_{\text{ბმ}}^2\right)L_1C}}>\frac{1}{\sqrt{L_1C}}. \qquad \text{(I.4)}$$

მაშასადამე, მოკლედ ჩართულ კონტურთან ინდუქტიური კავშირის არსებობას მივყევართ რხევითი კონტურის საკუთარი სიხშირის გაზრდასთან.

მაგალითი მ.1.2. იპოვეთ ორი რხევითი კონტურებიდან შემბული უდანაკარგო სისტემის (იხ. ნახ. მ.1.2)საკუთარი რხევების სიხშირე კერძო შემთხვევისთვის $L_1=L_2=L$, $C_1=C_2=C$.



ნახ. მ.1.2

ამოხსნა: განსახილავი წრედის დიფერენციალური განტო-ლებათა სისტემას აქვს სახე:

$$\begin{aligned} L\frac{d^2 i_1}{dt^2}+\frac{i_1}{C}+M\frac{d^2 i_2}{dt^2}&=0,\\ L\frac{d^2 i_2}{dt^2}+\frac{i_2}{C}+M\frac{d^2 i_1}{dt^2}&=0. \end{aligned} \qquad \text{(I.5)}$$

i_1 და i_2 ცვლადებიდან გადავიდეთ ახალ ცვლადებზე ξ და η ისეთებზე, რომ მათ მიმართ სისტემა (I.5) გადაიქცევა ორ ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელ განტოლებაზე. თუ ასეთი გარ-დაქმნა შესაძლებელია, მაშინ ξ და η ცვლადებს უწოდებენ სისტემის **ნორმალურ კოორდინატებს**. გადასვლა ნორმალურ კოორდინატებზე – **მნიშვნელოვანი ხერხია რხევების თეორიაში**.

მოცემული შემთხვევისთვის **ნორმალური კოორდინატები** იპოვება მარტივად:

$$\xi = i_1 + i_2;\quad \eta = i_1 - i_2. \qquad (I.6)$$

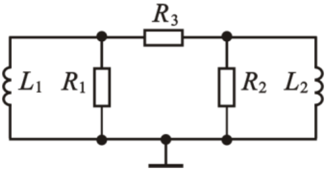
ნამდვილად, (I.6)-ში შემავალი განტოლებების შეკრეფის და გამოკლების შემდეგ მივიღებთ:

$$(L+M)\,\mathrm{d}^2\xi/\mathrm{d}t^2 + \xi/C = 0, \qquad (I.7)$$

$$(L-M)\,\mathrm{d}^2\eta/\mathrm{d}t^2 + \eta/C = 0. \qquad (I.8)$$

(I.7) განტოლების ამოხსნები პასუხობენ ჰარმონიულ რხევებს საკუთარი $\omega_{\text{საკ.1}} = 1/\sqrt{(L+M)C}$ სიხშირით. ანალოგიურად (I.8) განტოლებიდან გვაქვს საკუთარი რხევის $\omega_{\text{საკ.2}} = 1/\sqrt{(L-M)C}$ სიხშირე. ამბობენ, რომ განსახილავ სისტემაში შესაძლებელია ორი ***ნორმალური რხევა***, რომელსაც უწოდებენ ასევე ***მოდები.*** რთული რხევითი სისტემების მოდები ერთმანეთისაგან სრულიად დამოუკიდებელი არიან. ასე, შესაბამისი საწყისი პირობების დროს სისტემაში შესაძლებელია სელექტიურად აღიძვრას პირველი (დაბალსიხშირული ანუ **ნელი მოდა**). აღძნების სხვა ხერხისას შესაძლებელია მივაღწიოთ მხოლოდ მეორის (მაღალსიხშირული ანუ **სწრაფი მოდა**) არსებობას. ზოგად შემთხვევაში სისტემაში ერთდროულად არსებობს ორი მოდა, რომლების ინტერფერენციით იქმნება რხევების ***ცემა***.

მაგალითი მ.1.3. ნახ. მ.1.3 მოყვანილ $RL-$წრედისთვის დაწერეთ დიფერენციალური განტოლებეთა სისტემა, რომლებიც აღწერენ წრედის საკუთარ რხევებს. შეადგინეთ მოყვანილი წრედის მახასიათებელი განტოლება და იპოვეთ მისი ფესვები, ამასთან $R_1 = R_2 = 3.9$ კომ, $R_3 = 1.6$ კომ, $L_1 = 15$ მკჰნ, $L_2 = 35$ მკჰნ.



ნახ. მ.1.3

ამოხსნა: საძიებელი ფუნქციების დასადგენათ გამოვიყენოთ 1 და 2 კვანძების პოტენციალები u_1 და u_2, შესაბამისად,

$$\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + \frac{R_{13}}{L_1}u_1 - \frac{R_{13}}{R_3}\frac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}t} = 0, \qquad -\frac{R_{23}}{R_3}\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}t} + \frac{R_{23}}{L_2}u_2 = 0,$$

სადაც $R_{13} = \dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}; \qquad R_{23} = \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}$.

მახასიათებელი განტოლება

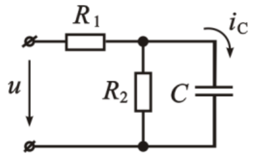
$$\left(1-\frac{R_{13}R_{23}}{R_{33}^2}\right)\gamma^2+\left(\frac{R_{23}}{L_2}+\frac{R_{13}}{L_1}\right)\gamma+\frac{R_{13}R_{23}R_2R_3}{L_1L_2}=0.$$

თუ შევიტანთ პარამეტრების მნიშვნელობებს მივიღებთ

$$\gamma_1=-1.915\cdot 10^8\ \text{წმ}^{-1},\qquad \gamma_1=-2.57\cdot 10^7\ \text{წმ}^{-1}.$$

1.4.2. გადამცემი ფუნქცია და წრედის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი

მაგალითი მ.1.4. რთულ $RC-$წრედში (ნახ. მ.1.4) შესავალი სიგნალი არის $u(t)$ ძაბვა, ხოლო გამოსასვლელი სიგნალი – $i_C(t)$ დენი. იპოვეთ მოცემული სისტემის გადაცემის $K(p)$ ფუნქცია.



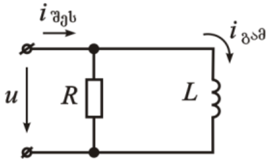
ამოხსენით !

ნახ. მ.1.4

პასუხი: $K(p)=\dfrac{1}{R_1+(1+R_1/R_2)/pC}$

მაგალითი მ.1.5. გამოთვალეთ ნახ. მ.1.5-ზე მოყვანილი სქემის გადაცემის $K(p)$ ფუნქცია. შესავალი სიგნალი არის $i(t)$ დენი, ხოლო გამოსასვლელი სიგნალი $-u(t)$ ძაბვა.

ამოხსენით: !

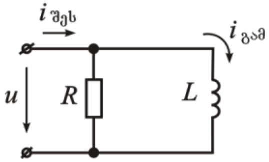


პასუხი : $K(p)=\dfrac{p^2L_2^2}{pL_2\left(1+L_2/L_1\right)+L_2\,R/L_1}$

ნახ. მ.1.5

მაგალითი მ.1.6. იპოვეთ ნახ. მ.1.6-ზე მოყვანილი სქემის გადაცემის $K(p)$ ფუნქცია, რომელიც უდრის $i_{გამ}(t)$ და $i_{შეს}(t)$ დენების გამოსახულებების ფარდობას .

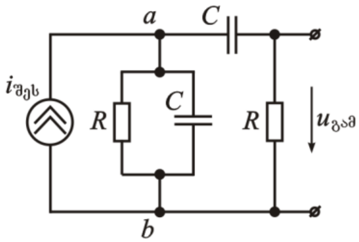
ამოხსენით: !



პასუხი : $K(p)=\dfrac{i_{გამ}(t)}{i_{შეს}(t)}=\dfrac{R}{pL+R}$

ნახ. მ.1.6

მაგალითი მ.1.7. ხაზოვანი წრედი, რომლის სქემა მოყვანილია ნახ. მ.1.4-ზე, აღიგზნება იდეალური $i_{შეს}(t)$ დენის წყაროთ. გამოსასვლელი სიგნალი არის $u_{გამ}(t)$ ძაბვა. **მიიღეთ** გადაცემის ფუნქციის $K(p)=U_{გამ}(p)/I_{შეს}(p)$ და სიხშირული გადაცემის ფუნქციის კოეფიციენტის $K(j\omega)$ გამოსახულებები. **გამოიყვანეთ** ფორმულები, რომლების აღწერენ მოცემული წრედის ამპლიტუდურ-სიხშურულ და ფაზა-სიხშირულ მახასიათებლებს.



ნახ. მ.1.7

ამოხსნა: a და b კვანძებს შორის ჩართულია ორი ტოტი ოპერატორული გამტარობებით

$$G_1=\left(\frac{1}{pC}\right)^{-1}+(R)^{-1}=pC+\frac{1}{R};\qquad G_2=\frac{1}{R+1/pC}=\frac{pC}{1+pRC}.$$

დენების გამოსახულებები, გამომდინარეობსკირჰგოფის კანონებიდან: $I_1+I_2=I_{შეს}$; $I_1/I_2=Y_1/Y_2$.

აქედან $I_2=I_{შეს}Y_2/(Y_1+Y_2)$

და ამიტომ გადაცემის ფუნქცია

$$K(p)=\frac{RY_2}{Y_1+Y_2}=\frac{pR^2C}{(RC)^2p^2+3RCp+1}.$$

ავღნიშნოთ $\tau=RC$ და თუ p პარამეტერს შევცვლით $p=j\omega$, ვპოულობთ გადაცემის სიხშირულ კოეფიციენტს

$$K(j\omega)=\frac{j\omega\tau R}{(\tau)^2(j\omega)^2+3\,\tau j\omega+1}=\frac{j\omega\tau R}{1-\omega^2\tau^2+\ j3\omega\tau}.\qquad (1.1)$$

აქედან ნორმირებული ამპლიტუდურ-სიხშირული მახასიათებელი

$$|K(j\omega)|/R=\frac{\omega\tau}{\sqrt{(1-\omega^2\tau^2)^2+9\omega^2\tau^2}}.$$

ფაზა-სიხშირულ მახასიათებელი $\varphi_k(\omega)$ წარმოადგენს ორი კომპლექსური რიცხვის სხვაობას, რომლებიც მოყვანილია ფორმულა (1.1) -ში მრიცხველში და მნიშვნელში. თუ $\omega\tau<1$,

მაშინ მნიშვნელი აისახება წერტილათ კომპლექსურ სიბრტყის პირველ კვადრანტში და ამიტომ

$$\varphi_k(\omega) = \pi/2 - \text{arc}tg\left(3\omega\tau/\left(1-\omega^2\tau^2\right)\right).$$

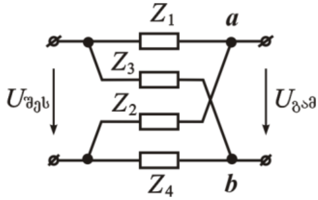
თუ $\omega\tau > 1$, მაშინ მნიშვნელის ამსახველი წერტილი გადაინაცვლებს კომპლექსური სიბრტყის მეორე კვადრანტში, ისე რომ

$$\varphi_k(\omega) = -\text{arc}tg\left[\left(\omega^2\tau^2 - 1\right)/(3\omega\tau)\right].$$

მაგალითი მ.1.8. ნახ. მ.1.8 გამოსახულია ბოგირული ("გადაჯვარედინებული") სტრუქტურის მქონე ხაზოვანი ოთხპოლუსა, რომელიც შეიცავს ოპერატორულ Z_1, Z_2, Z_3 და Z_4 წინაღობებს. გამოიყვანეთ ფორმულა $K(p) = U_{\text{შეს}}(p)/U_{\text{გამ}}(p)$ ფუნქციის გამოსათვლელათ.

მითითება: განხილვისას შეიტანეთ ცვლადები U_a და U_b - რომლები აღნიშნავენ a და b წერტილების ელექტრულ პოტენციალებს. ამასთან $U_{\text{გამ}} = U_a - U_b$.

ამოხსნა: პოტენციალების გამოსახულებებს ექნება სახე:



$$U_a = \frac{Z_2 U_{\text{შეს}}}{Z_1 + Z_2}; \quad U_b = \frac{Z_4 U_{\text{შეს}}}{Z_3 + Z_4}, \quad \text{მაშინ}$$

$$U_{\text{გამ}} = U_a - U_b = \left(\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} - \frac{Z_4}{Z_3+Z_4}\right) U_{\text{შეს}},$$

ნახ. მ.1.8

ხოლო $$K(p) = \frac{Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4}{\left(Z_1+Z_2\right)\left(Z_3+Z_4\right)}.$$

მაგალითი მ.1.9. პელი-ვინერის კრიტერიუმის გამოყენებით, განიხილეთ საკითხი დაბალი სიხშირის ფილტრის რეალიზებადობის შესახებ, რომლის ამპლიტუდურ-სიხშირულ მახასიათებელს გაუსის სახე აქვს, ანუ $\left|K(j\omega)\right| = K_0 \exp\left(-b\omega^2\right), \quad 0 < \omega < \infty$.

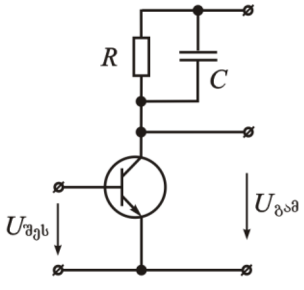
ამოხსნა: განვიხილოთ პელი-ვინერის ინტეგრალი

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln\left|K(j\omega)\right|}{1+\omega^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln K_0 - b\omega^2}{1+\omega^2} \mathrm{d}\omega.$$

ვინაიდან $\lim\limits_{\omega\to\infty} \dfrac{\omega^2}{1+\omega^2} = 1$, მაშინ ინტეგრალი განშლადია და ამიტომ ფილტრი ფიზიკურად არარეალიზებადია!

1.4.3. იმპულსური და გარდამავალი მახასიათებელი

მაგალითი მ.1.10. ბიპოლარულ ტრანზისტორში ინერციული პროცესების აღრიცხვისათვის ხშირათ იყენებენ გამარტივებულ მოდელს, რომლის მიხედვით სტატიკური დიფერენციალური დახრილობა არის კომპლექსური და დამოკიდებულია სიხშირეზე



ნახ. მ.1.9

$$S(\omega) = S_0 \big/ \left(1 + j\omega \big/ \omega_{საზღ}\right).$$

სადაც S_0 – რგოლის დახრილობის კოეფიციენტია ნულოვან სიხშირეზე. მიიღეთ მაძლიერებლის (იხ. ნახ. მ.1.9) იმპულსური $h(t)$ მახასიათებელის ანალიტიკური გამოსახულება, რომელშიც გამოყენებულია ასეთი ტრანზისტორი.

ამოხსნა: მოცემული სისტემის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტია $K(j\omega) = \dfrac{-S_0 R_ე \omega_{საზღ.}}{\left(\omega_{საზღ.} + j\omega\right)\left(1 + j\omega\tau_ე\right)}$, საიდანაც

$$h(t) = \frac{S_0 R_ე \omega_{საზღ.}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\omega t} \mathrm{d}\omega}{\left(\omega_{საზღ.} + j\omega\right)\left(1 + j\omega\tau_ე\right)}.$$

კომპლექსური ω ცვლადის სიბრტყეში ინტეგრალქვეშა გამოსახულებას აქვს ორი მარტივი პოლუსი წერტილებში კოორდინატებით $\omega_1 = j\omega_{საზღ.}$ და $\omega_2 = j/\tau_ე$. ნაშთების პოვნით

$$res\,|_{\omega=\omega_1} = \frac{e^{-\omega_{საზღ.} t}}{j\left(1 - \omega_{საზღ.}\tau_ე\right)} \qquad \text{და} \qquad res\,|_{\omega=\omega_2} = -\frac{-e^{-t/\tau_ე}}{j\left(1 - \omega_{საზღ.}\tau_ე\right)},$$

ვიღებთ $$h(t) = -\frac{S_0 R_ე \omega_{საზღ.}}{1 - \omega_{საზღ.}\tau_ე}\left(e^{-\omega_{საზღ.} t} - e^{-t/\tau_ე}\right).$$

მაგალითი მ.1.11. მიიღეთ ფორმულა, რომელიც აღწერს ერთნაირი აპერიოდული დატვირთვის მქონე N საფეხურიანი მცირე სიგნალების მაძლიერების იმპულსური $h(t)$ მახასიათებელი, იმის გათვალისწინებით, რომ ერთი საფეხურის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი უდრის $K_1(j\omega) = -K_0 \big/ \left(1 + j\omega\tau_ე\right)$,

სადაც K_0 – საფეხურის გაძლიერების კოეფიციენტია ნულოვან სიხშირეზე, ხოლო $\tau_ე$ - საფეხურის ეკვივალენტური დროის მუდმივაა.

ააგეთ იმპულსური მახასიათებლების გრაფიკები $N = 2, 3$ და 4 –სათვის დამოკიდებული უგანზომილო არგუმენტიზე $t/\tau_ე$.

მითითება: გაითვალისწინეთ, რომ რგოლების კასკადური შეერთებისას მათი გადამცემი კოეფიციენტები გადამამრავლდებიან. იმპულსური მახასიათებელი იპოვეთ ნაშთთა თეორიის გამო ყენებით

ამოხსნა : იდენტური რგოლებისაგან შედგენილი N -საფეხურიანი სისტემისათვის $K_N(j\omega) = (-K_0)^N \Big/ (1 + j\omega\tau_ე)$.

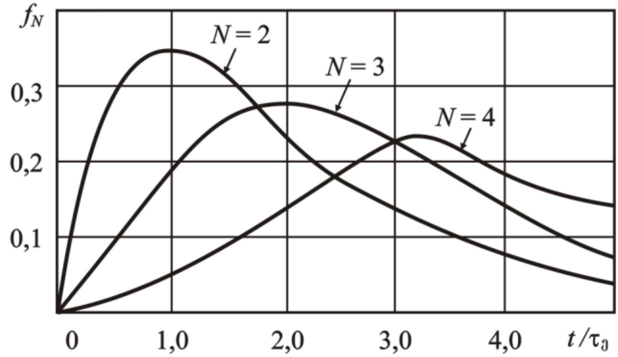
მაშინ
$$h(t) = \frac{(-K_0)^N}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{j\omega t}\mathrm{d}\omega}{(1 + j\omega\tau_ე)^N}.$$

ინტეგრალქვეშ ფუნქციას აქვს $N-$ ჯერადი პოლუსი $\omega = j/\tau_ე$

ნაშთით
$$res|_{\omega = j/\tau_ე} = \frac{1}{(N-1)!}\frac{\mathrm{d}^{N-1}}{\mathrm{d}\omega^{N-1}}\left[\frac{e^{j\omega t}(\omega - j/\tau_ე)^N}{(1 + j\omega\tau_ე)^N}\right]_{\omega = j/\tau_ე} =$$
$$= -\frac{1}{(N-1)!}\left(\frac{t}{\tau_ე}\right)^{N-1} e^{-t/\tau_ე}\Big/\tau_ე \ .$$

აქედან
$$h(t) = \frac{(-K_0)^N}{(N-1)!}\cdot\frac{1}{\tau_ე}\left(\frac{t}{\tau_ე}\right)^{N-1} e^{-t/\tau_ე}\sigma(t).$$

ნახ. მ.1.10-ზე წარმოდგენილია იმპულსური მახასიათებლების პროპორციული ფუნქციების გრაფიკები
$$f_N\left(\frac{t}{\tau_ე}\right) = \left(\frac{t}{\tau_ე}\right)^{N-1} e^{-t/\tau_ე}\Big/(N-1)!$$

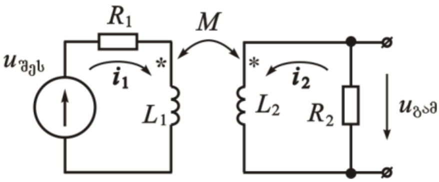


ნახ. მ.1.10

გრაფიკები აგებულია $N=2, 3$ და 4 –სათვის. გრაფიკებიდან ჩანს, რომ მაძლიერებელის საფეხურების რიცხვის გაზრდას მივყევართ იმპულსური გამოძახილის დაყოვნებისაკენ.

მაგალითი მ.1.11. იპოვეთ ორკონტურა წრედის იმპულსური $h(t)$ და გარდამავალი $g(t)$ მახასიათებლები, რომლის პრინციპული სქემა მოყვანილია ნახ. მ.1.11-ზე.

ამოხსნა : გამოვიყენებთ რა ძაბვის და დენების გამოსახულებებს მივიღებთ განტოლებათა სისტემას



ნახ. მ.1.11

$$\begin{cases} U_{\text{შეს}} = R_1 I_1 + pL_1 I_1 + pMI_2, \\ 0 = R_2 I_2 + pL_2 I_2 + pMI_1. \end{cases}$$

მოყვანილი სისტემის მეორე განტოლებიდან $I_1(p)$ გამორიცხვით მივიღებთ კავშირს $U_{\text{შეს}}$ და I_2 შორის:

$$U_{\text{შეს}} = \left[pM - \frac{(R_2 + pL_2)(R_1 + pL_1)}{pM} \right] I_2 .$$

წრედის გადამცემი ფუნქცია

$$K(p) = \frac{U_{\text{გამ.}}}{U_{\text{შეს.}}} = \frac{pMR_2}{p^2\left(L_1L_2 - M^2\right) + p\left(L_1R_2 + L_2R_1\right) + R_1R_2}.$$

აქ გათვალისწინებულია, ის რომ $U_{\text{გამ}} = -I_2R_2$, ვინაიდან კონტურული i_2 დენის გაზრდა იმ მიმართულებით, რომელიც მიღებულია დადებითად, მივყავართ პოტენციალის გაზრდისაკენ R_2

რეზისტორის ქვედა მომჭერზე, ანუ გამოსავალი ძაბვის შემცი-რებისკენ. გამოვიყენოთ აღნიშვნა $L_1L_2 - M^2 = L_1L_2\left(1-k_{ბმ}^2\right)$, რომე-ლიც გამომდინარეობს ბმის კოეფიციენტის გამოსახულების $k_{ბმ} = M\Big/\sqrt{L_1L_2}$ მარტივი გარდაქმნით. მაშინ გადამცემი ფუნქცია შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ სახით

$$K(p) = \frac{MR_2}{L_1L_2\left(1-k_{ბმ}^2\right)} \cdot \frac{p}{(p-p_1)(p-p_2)},$$

სადაც $p_{1,2}$ – მახასიათებელი განტოლების ფესვებია

$$p^2 + p\frac{L_1R_2 + L_2R_1}{L_1L_2\left(1-k_{ბმ}^2\right)} + \frac{R_1R_2}{L_1L_2\left(1-k_{ბმ}^2\right)} = 0.$$

ლაპლასის გარდაქმნის ცხრილების გამოყენებით, მივიღებთ

$$h(t) = \frac{MR_2}{L_1L_2\left(1-k_{ბმ}^2\right)} \cdot \frac{1}{p_1-p_2}\left(p_1e^{p_1t} - p_2e^{p_2t}\right)\sigma(t),$$

$$g(t) = \frac{MR_2}{L_1L_2\left(1-k_{ბმ}^2\right)} \cdot \frac{1}{p_1-p_2}\left(e^{p_1t} - e^{p_2t}\right)\sigma(t).$$