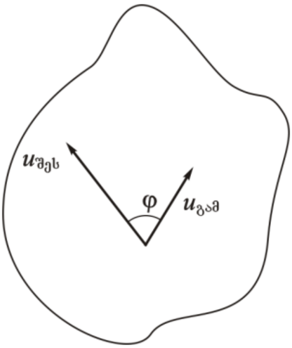
თემა VI. წრფივ სისტემაში სიგნალის გარდაქმნის პროცესის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია

სპექტრალური მეთოდი საშუალებას იძლევა თვალსაჩინოდ მოვახდინოთ სიგნალების იმ გარდაქმნების ინტერპრეტირება, რომლებიც ხდება მათი გატარებისას წრფივ სტაციონარულ სისტემებში. გეომეტრიული პოზიციებიდან, რომლებიც განვითარებულია (”სიგნალების თეორია” თავი 1), სისტემური ოპერატორი T - ესაა რაიმე წრფივი არის $u_{შეს}(t)$ ვექტორიდან ახალ $u_{გამ}(t)$ ვექტორზე გადასვლის წესი. ყველაზე ზოგად შემთხვევაში შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ ოპერატორი T ცვლის $u_{შეს}(t)$ ვექტორის ნორმას, ე.ი. $\left\|u_{შეს}\right\| \neq \left\|\mathrm{T}u_{შეს}\right\|$. გარდა ამისა, $u_{შეს}(t)$ და $u_{გამ}(t)$ ვექტორებს შორის ჩნდება რაღაც კუთხე φ.



ნახ. 6.1

როგორც წესი, სიგნალების ფუნქციონალური სივრცე შეიძლება ჩაითვალოს **გილბერტულად** (*ყველა სრული მიმდევრობების და ფუნქციების სივრცეები (ნამდვილი რიცხვები, შეზღუდული მიმდევრობები, კრებადი ნამდვილი და კომპლექსური მიმდევრობების რიცხვები) წარმოადგენენ გილბერტის სივრცეს*).

რელეას ფორმულის მიხედვით (იხ.”სიგნალების თეორია” თავი 3), გამოსასვლელი სიგნალის ენერგია

$$E = \left\|u_{შეს}\right\|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U_{გამ}(\omega)U^*_{გამ}(\omega)\mathrm{d}\omega = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\left|K(j\omega)\right|^2 W_{შეს}(\omega)\mathrm{d}\omega\,, \qquad (1.63)$$

სადაც $W_{შეს}(\omega)$ - შესასვლელზე სიგნალის ენერგეტიკული სპექტრია.

(1.63) ფორმულის შესაბამისად, გამოსასვლელი ენერგეტიკული სპექტრი $W_{გამ}(\omega) = \left|K(j\omega)\right|^2 W_{შეს}(\omega)$.

სიდიდეს
$$K_p(\omega) = \left|K(j\omega)\right|^2 \qquad (1.64)$$
უწოდებენ სისტემის ***სიმძლავრის გადაცემის სიხშირულ კოეფიციენტს*** მოცემულ ω სიხშირეზე. რამდენადაც ეს კოეფიციენტი ნამდვილია, გამოსასვლელი სიგნალის ენერგიის

გამოთვლა აღმოჩნდება შედარებით უფრო მარტივი, ვიდრე გამოსასვლელი სიგნალის ფორმის პოვნის ამოცანა.

უნდა აღინიშნოს, რომ სიმძლავრის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი $K_p(\omega)=K(j\omega)\times K(-j\omega)$.

მაგალითი 4.15. RC-*წრედის შესასვლელზე, რომლის გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტია* $K(j\omega)=\dfrac{1}{1+j\omega\tau}$, *მოქმედებს იდეალური დაბალსიხშირული სიგნალი, რომლის ენერგეტიკული სპექტრი განსხვავდება ნულისაგან და ტოლია* W_0 *მხოლოდ სიხშირეთა* $0<\omega<\omega_ზ$ *ინტერვალის ფარგლებში, სადაც* $\omega_ზ$-*ზედა სასაზღვრო სიხშირეა . ვიპოვოთ შესასვლელსა და გამოსასვლელზე სიგნალების ენერგიების შეფარდება.*

ამოხსნა: *მოცემულ შემთხვევაში* $K_p=\dfrac{1}{1+j\omega\tau}\cdot\dfrac{1}{1-j\omega\tau}=\dfrac{1}{1+\omega^2\tau^2}$.

ამოტომ (1.63) *ფორმულის მიხედვით გამოსასვლელი სიგნალის ენერგია გამოითვლება*

$$E_{გამ}=\frac{W_0}{\pi}\int_0^{\omega_ზ}\frac{d\omega}{1+\omega^2\tau^2}=\frac{W_0}{\pi\tau}arctg\,\omega_ზ\tau\ .$$

შესასვლელი სიგნალის ენერგია $E_{შეს}=\dfrac{W_0\omega_ზ}{\pi}$.

ჩანს, რომ ამ ენერგიების შეფარდება
$$\frac{E_{გამ}}{E_{შეს}}=\frac{arctg\,\omega_ზ\tau}{\omega_ზ\tau} \qquad (1.65)$$

მიისწრაფის ნულისაკენ როგორც დროის მუდმივას τ, *ასევე სპექტრის ზედა სასაზღვრო სიხშირის გაზრდით.*