თემა I.2. წრფივი სტაციონარული სისტემების იმპულსური, გარდამავალი და სიხშირული მახასიათებლები

წრფივი სისტემების აღსანიშნავი თავისებურება – **სუპერპოზიციის პრინციპის სამართლიანობა** – იძლევა გზას ამ სისტემებში სხვადასხვაგვარი სიგნალების გატარების შესახებ ამოცანების სისტემატური ამოხსნისა. დინამიკური წარმოდგენის მეთოდი (იხ.“სიგნალების თეორია” თავი.1) საშუალებას იძლევა წარმოვიდგინოთ სიგნალები ელემენტარული იმპულსების ჯამის სახით. თუ მოხერხდება ამა თუ იმ ხერხით გამოსასვლელზე იმ რეაქციის პოვნა, რომელიც აღიძვრება შესასვლელზე ელემენტარული იმპულსის ზემოქმედებისას, მაშინ ამოცანის ამოხსნის დამამთავრებელი ეტაპი იქნება ასეთი რეაქციების აჯამვა.

ანალიზის დასახული გზა დაფუძნებულია სიგნალებისა და სისტემების თვისებების დროით წარმოდგენაზე. თანაბარწილად გამოსაყენებელია, ხოლო ზოგჯერ უფრო მოსახერხებელიცაა ანალიზი სიხშირულ არეში, როცა სიგნალები მოცემულია **ფურიეს** მწკრივებით და ინტეგრალებით. სისტემის თვისებები ამ დროს აღიწერება მათი სიხშირული მახასიათებლებით, რომლებიც წარმოადგენენ ელემენტარული ჰარმონიული სიგნალების გარდაქმნის კანონს.

2.1 იმპულსური მახასიათებელი

ვთქვათ რაღაც წრფივი სისტემა აღიწერება ოპერატორით T. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ შესასვლელი და გამოსასვლელები ერთგანზომილებიანია. განსაზღვრების მიხედვით, **სისტემის იმპულსური მახასიათებელი** ეწოდება ფუნქციას $h(t)$, რომელიც წარმოადგენს სისტემის გამოძახილს შესასვლელ სიგნალზე $\delta(t)$. ეს ნიშნავს, რომ ფუნქცია $h(t)$ აკმაყოფილებს განტოლებას

$$h(t) = \mathrm{T} \cdot \delta(t) . \qquad (1.5)$$

(მათემატიკაში **სისტემის იმპულსურ მახასიათებელს** უწოდებენ **გრინის** ფუნქციას).

ვინაიდან სისტემა სტაციონარულია, ანალოგიური განტოლება იქნება იმ შემთხვევაშიც, თუ შესასვლელი ზემოქმედება წანაცვლებულია დროის მიხედვით ნებისმიერი t_0 სიდიდით:

$$h(t - t_0) = \mathrm{T} \cdot \delta(t - t_0) \qquad (1.6)$$

2.2. იმპულსური მახასიათებლის ფიზიკური არსი

ნათლად უნდა წარმოვიდგინოთ ის, რომ იმპულსური მახასიათებელი, ისევე როგორც მისი წარმონაშობი **დელტა-ფუნქცია**, წარმოადგენს გონივრული იდეალიზაციის შედეგს. ფიზიკური თვალსაზრისით იმპულსური მახასიათებელი მიახლოებით ასახავს სისტემის რეაქციას ნებისმიერი ფორმის ერთეულოვანი ფართობის მქონე შესასვლელ იმპულსურ სიგნალზე იმ პირობით, რომ ამ სიგნალის ხანგრძლივობა მნიშვნელოვნად პატარაა სისტემის მახასიათებელ დროით მასშტაბთან, მაგალითად მისი (სისტემის) საკუთარი რხევების პერიოდთან შედარებით.

2.3. დუამელის ინტეგრალი

თუ გვეცოდინება წრფივი სტაციონარული სისტემის იმპულსური მახასიათებელი, შეიძლება ფორმალურად გადავწყვიტოთ ასეთ სისტემაში დეტერმინირებული სიგნალის გასვლის ნებისმიერი ამოცანა. მართლაც, (იხ.“სიგნალების თეორია” თავი.1) ნაჩვენები იყო, რომ შესასვლელი სიგნალი ყოველთვის უშვებს შემდეგ წარმოდგენას:

$$u_{\text{შეს}} = \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{შეს}}(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

ამ სიგნალზე მოპასუხე გამოსასვლელი რეაქცია იქნება

$$u_{\text{გამ}} = \mathrm{T}\cdot u_{\text{შეს}} = \mathrm{T}\cdot \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{შეს}}(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau \,. \tag{1.7}$$

ახლა მხედველობაში მივიღოთ, ის რომ ინტეგრალი არის ჯამის ზღვრული მნიშვნელობა, ამიტომ წრფივი ოპერატორი T სუპერპოზიციის პრინციპის საფუძველზე შეიძლება შევიტანოთ ინტეგრალის ნიშნის ქვეშ. შემდგომში ოპერატორი T “მოქმედებს” მხოლოდ იმ სიდიდეებზე, რომლებიც დამოკიდებულია მიმდინარე დროზე t, მაგრამ არ მოქმედებს ინტეგრირების τ ცვლადზე დამოკიდებულ სიდიდეებზე. ამიტომ (1.7) გამოსახულებიდან გამომდინარეობს, რომ

$$u_{\text{გამ}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{შეს}}(\tau)\mathrm{T}\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

გამოსასვლელი სიგნალის მყისიერი მნიშვნელობა წარმოადგენს შესასვლელი სიგნალის ფუნქციონალს. ამიტომ იმ-

პულსური მახასიათებელი შეიძლება განვიხილოთ, მკაცრად თუ ვიტყვით, როგორც განზოგადებული ფუნქცია (იხ.“სიგნალების თეორია” თავი.1), ამიტომ საბოლოოდ მივიღებთ

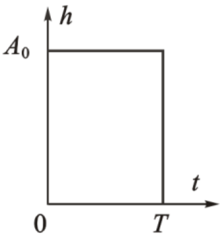
$$u_{\text{გამ}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{შეს}}(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau \qquad (1.8)$$

ამ ფორმულას, რომელსაც წრფივი სისტემების თეორიაში აქვს ფუნდამენტალური მნიშვნელობა, ეწოდება **დუამელის ინ-ტეგრალი**. თანაფარდობა (1.8) მოწმობს იმას, რომ წრფივი სტაციონარული სისტემის გამოსავალი სიგნალი წარმოადგენს ორი ფუნქციის **ნახვევს** - შესასვლელი სიგნალი და სისტემის იმპულსური მახასიათებელი. ცხადია, ფორმულა (1.8) შეიძლება ჩაიწეროს ასევე სახით

$$u_{\text{გამ}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{შეს}}(t-\tau)h(\tau)\mathrm{d}\tau\,. \qquad (1.9)$$

მაშასადამე, თუ იმპულსური მახასიათებელი $h(t)$ ცნობილია, მაშინ ამოხსნის მომდევნო ეტაპები დაიყვანება სრულად ფორ-მალიზებულ ოპერაციათა თანმიმდევრობაზე. იმ შემთხვევაში თუ (1.8) და (1.9) ინტეგრალები ანალიტიკურად არ გამოითვლება, მაშინ ყოველთვის შესაძლებელია რიცხვითი ანალიზის ჩატარე-ბა ეგმ-ის გამოყენებით.

მაგალითი 1.4. რაიმე წრფივ სტაციონარულ სისტემას, რომლის შიგა მოწყობილობა უმნიშვნელოა, აქვს იმპულსური მახასიათებელი, რომელიც წარმოადგენს T ხანგძლიობის მართ-კუთხა ვიდეო იმპულსს ნახ. 1.4. იმპულსი წარ-მოიშვება, როცა $t=0$ და აქვს A_0 ამპლიტუდა:



ნახ. 1.4

$$h(t)=\begin{cases}0, & t<0,\\ A_0, & 0\le t\le T,\\ 0, & t>T.\end{cases}$$

განსაზღვრეთ სისტემის გამოსავალი რეაქცია თუ მის შესასვლელზე მიეწო-დება საფეხურებიანი სიგ-ნალი

$$u_{\text{შეს}}(t)=U_0\cdot\delta(t)\,,$$

სადაც $\delta(t)$, დელტა-ფუნქციაა, ანუ **დირაკის ფუნქცია**:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$

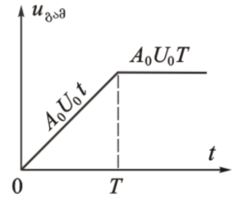
ამოხსნა: დიუამელის ინტეგრალის (1.8) ფორმულის გამოყენებისას,

ყურადღება უნდა მიაქციოთ იმას, რომ გამოსავალი სიგნალის სახე დამოკიდებული იქნება იმაზე აჭარბებს თუ არა დროის მიმდინარე t მნიშვნელობა იმპულსური მახასიათებლის ხანგძლიობას T-ს. როცა $0 \le t \le T$ გვექნება

$$u_{\text{გამ}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{შეს}}(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_{0}^{t} U_0 \cdot \delta(t) A_0 \mathrm{d}\tau = A_0 U_0 \int_{0}^{t} \mathrm{d}\tau = A_0 U_0 t$$

თუ $t > T$, მაშინ როცა $\tau > T$, ფუნქცია $h(t-\tau)$ მიიღებს ნულოვან მნიშვნელობას და ამიტომ

$$u_{\text{გამ}}(t) = A_0 U_0 \int_{0}^{T} \mathrm{d}\tau = A_0 U_0 T \, .$$



ნახ. 1.5

ნახ. 1.5 -ზე მოყვანილია ნაპოვნი სისტემის გამოსავალი რეაქციის სახე უბან-უბან წრფივი გრაფიკის სახით.

2.4. განზოგადება მრავალგანზობილებიანი შემთხვევისათვის

ზემოთ განიხილებოდა ერთგანზომილებიანი როგორც შესასვლელი, ასევე გამოსასვლელი სიგნალები. ზოგადად m შესასვლელებით და n გამოსასვლელებით სისტემისათვის საჭიროა შემოვიტანოთ **პარციალური იმპულსური მახასიათებლები**

$$h_{ij}(t),\ i = 1,2,\ldots,n;\ j = 1,2,\ldots,m\, .$$

თითოული მათგანი ასახავს სიგნალს სისტემის i-ურ გამოსასვლელზე, მაშინ როცა j-ურ შესასვლელზე მიწოდებულია დელტა ფუნქცია. $h_{ij}(t)$ ფუნქციათა ერთობლიობა ქმნის მოყვანილი

$$h(t) = \begin{pmatrix} h_{11}\ h_{12} \ldots h_{1m} \\ h_{21}\ h_{22} \ldots h_{2m} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ h_{n1}\ h_{n2} \ldots h_{nm} \end{pmatrix} \qquad (1.10)$$

იმპულსური მახასიათებლების მატრიცის სახეს, ხოლო მრავალგანზომილებიან შემთხვევაში დუამელის ინტეგრალის ფორმულა იღებს სახეს:

$$\vec{U}_{\text{გამ}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\vec{U}_{\text{შეს}}(\tau)\mathrm{d}\tau\,, \qquad (1.11)$$

სადაც $\vec{U}_{\text{გამ}}(t)$ - n-განზომილებიანი ვექტორი; $\vec{U}_{\text{შეს}}(t)$ - m-განზომილებიანი ვექტორი.

2.5. ფიზიკური რეალიზების პირობა

რა კონკრეტული სახეც არ უნდა ჰქონდეს ფიზიკურად განხორცილებული სისტემის იმპულსურ მახასიათებელს, ყოველთვის უნდა სრულდებოდეს **უმნიშვნელოვანესი პრინციპი**: გამოსასვლელი სიგნალი, რომელიც პასუხობს შესასვლელ იმპულსურ სიგნალს, არ შეიძლება წარმოიშვეს იმ მომენტამდე, სანამ შესასვლელზე არ იქნება მიწოდებული იმპულსური სიგნალი.

აქედან გამომდინარეობს ძალზე მარტივი შეზღუდვა იმპულსურ მახასიათებელის დასაშვებ სახეზე:

$$h(t)=0 \text{ როცა } t<0 \qquad (1.12)$$

ასეთ პირობას აკმაყოფილებს, მაგალითად, სისტემის იმპულსური მახასიათებელი, რომელიც განვიხილეთ მაგალითი 1.4-ში.

მარტივად შეგვიძლია დავინახოთ, რომ ფიზიკურად განხორცილებული სისტემის დუამელის ინტეგრალის ზედა ზღვარი შესაძლებელია შეიცვალოს მიმდინარე დროის მნიშვნელობით:

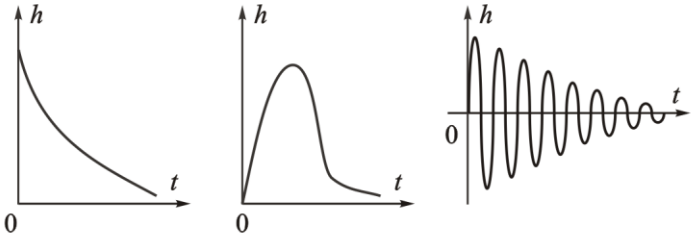
$$u_{\text{გამ}}(t)=\int_{-\infty}^{t} u_{\text{შეს}}(t-\tau)h(\tau)\mathrm{d}\tau . \qquad (1.13)$$

(1.13) ფორმულას აქვს ნათელი ფიზიკური აზრი: წრფივი სტაციონარული სისტემა, ასრულებს რა შესასვლელი სიგნალის დამუშავებას, აწარმოებს **შეწონილ აჯამვას** ყველა მისი მყისიერი მნიშვნელობისა, რომლებიც არსებობდენ “წარსულში” როცა $-\infty<\tau<t$. ამასთან **წონის ფუნქციის როლს ასრულებს სისტემის იმპულსური მახასიათებელი**. პრინციპულად მნიშვნელოვანია, რომ ფიზიკურად განხორცილებული სისტემა ვერავითარ გარემოებაში ვერ შესძლებს ოპერირებას “მომავალში” შესაძლო შესასვლელი სიგნლებით.

ამის გარდა ფიზიკურად განხორცილებული სისტემა უნდა იყოს **მდგრადი.** მდგრადობა ნიშნავს იმას, რომ მისი იმპულსური მახასიათებელი უნდა აკმაყოფილებდეს **აბსოლუტური ინტეგრირების პირობას**, ანუ

$$\int_{-\infty}^{\infty}|h(t)|\mathrm{d}t<\infty . \qquad (1.14)$$

რეალიზებადი სისტემების იმპულსური მახასიათებლების მაგალითები მოყვანილია ნახ. 2.3 ა, ბ, გ.



ა ბ გ

ნახ. 2.3

2.6. გარდამავალი მახასიათებელი

ვთქვათ სტაციონარული სისტემის შესასვლელზე მოქმედებს **ხევისაიდის სახის ფუნქციის** სიგნალი $\sigma(t)$. სისტემის გამოსასვლელ რეაქციას

$$g(t)=\mathrm{T}\cdot\sigma(t) \tag{1.15}$$

უწოდებენ **სისტემის გარდამავალ მახასიათებელს**.

ვინაიდან სისტემა სტაციონარულია, გარდამავალი მახასიათებელი ინვარიანტულია დროითი წანაცვლების მიმართ, ანუ

$$g(t-t_0)=\mathrm{T}\cdot\sigma(t-t_0)\,.$$

სისტემების ფიზიკური რეალიზება შესაძლებელია იმ შემთხვევაშიც კი, როდესაც სისტემა აღიგზნება არა **დელტა-ფუნქციით**, არამედ **ერთეულოვანი ნახტომით**. ამიტომ ფიზიკურად რეალიზებული სისტემის გარდამავალი მახასიათებელი განსხვავდება ნულისაგან მხოლოდ როცა $t\geq 0$, ხოლო $g(t)=0$ როცა $t<0$.

იმპულსური და გარდამავალი მახასიათებლები მჭიდროდ არიან დაკავშირებული ერთმანეთთან. ნამდვილად, ვინაიდან $\delta(t)=\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}$, მაშინ (1.5)-ის საფუძველზე მივიღებთ

$$h(t)=\mathrm{T}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sigma(t)\right].$$

დიფერენცირების ოპერატორს $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ და წრფივ სტაციონარულ T ოპერატორს შეუძლიათ ადგილების შეცვლა, ამიტომ

$$h(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\mathrm{T}\sigma(t)\right]=\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t}\,, \tag{1.16}$$

$$\text{ან}\quad g(t)=\int_{-\infty}^{t}h(\xi)\mathrm{d}(\xi)\,. \tag{1.16}$$

თუ გამოვიყენებთ ნებისმიერი სიგნალის დინამიური წარმოდგენის ფორმულას (**ხევისაიდის ფუნქციის გამოყენებით**)

$$s(t)=s_0\sigma(t)+\int_{0}^{\infty}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\tau}\sigma(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

და თუ ისევე მოვიქცევით როგორც (1.8)-ში თანაფარდობის გამოყვანის დროს, მაშინ მივიღებთ კიდევ ერთ **დუამელის ინტეგრალის** ფორმულას:

$$u_{\text{გამ}}(t)=u_{\text{შეს}}(0)g(t)+\int_{0}^{t}\frac{\mathrm{d}u_{\text{შეს}}}{\mathrm{d}\tau}g(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

2.7. გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი

სისტემების მათემატიკური გამოკვლევისას დიდ ინტერესს წარმოადგენს ასევე შესასვლელი სიგნალები, რომლებიც გარდაიქმნებიან რა სისტემით, რჩებიან ფორმით უცვლელი. თუ ადგილი აქვს ტოლობას

$$u_{\text{გამ}}(t)=\mathrm{T}u_{\text{შეს}}(t)=\lambda u_{\text{შეს}}(t)\,,$$

მაშინ $u_{\text{შეს}}(t)$ არის სისტემური ოპერატორის T-ს **საკუთარი ფუნქცია**, ხოლო რიცხვი λ ზოგადად არის კომპლექსური და წარმოადგენს მის **საკუთარ მნიშვნელობას.**

ვაჩვენოთ, რომ კომპლექსური სიგნალი $u_{\text{შეს}}(t)=\exp(j\omega t)$ სიხშირის ω-ს ნებისმიერ მნიშვნელობის დროს არის წრფივი სტაციონარული ოპერატორის T-ს **საკუთარი ფუნქცია.**

ამისთვის გამოვიყენოთ დუამელის ინტეგრალის (1.9)-ის სახე და გამოვთვალოთ

$$u_{\text{გამ}}(t)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{j\omega(t-\tau)}h(\tau)\mathrm{d}\tau=\left[\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)e^{-j\omega\tau}\mathrm{d}\tau\right]\exp(j\omega t)\,. \tag{1.20}$$

აქედან ჩანს, რომ სისტემური ოპერატორის საკუთარი მნიშვნელობა λ არის კომპლექსური რიცხვი

$$K(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t\,, \tag{1.21}$$

რომელსაც **სისტემის გადაცემის სიხშირულ კოეფიციენტს** უწოდებენ.

ფორმულა (1.21) ადგენს პრინციპულ მნიშვნელოვან ფაქტს – **გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი** და **წრფივი სტაციონარული სისტემის იმპულსური მახასიათებელი** დაკავშირებული არიან **ფურიეს** გარდაქმნით. ამიტომ თუ ვიცით $K(j\omega)$ ფუნქცია, შეიძლება განსაზღროთ იმპულსური მახასიათებელი

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}K(j\omega)e^{j\omega t}\mathrm{d}\omega \tag{1.22}$$

შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ წრფივი სტაციონარული სისტემების თეორიის მნიშველოვანი დებულება –ნებისმიერი ასეთი სისტემა შეიძლება განვიხილოთ დროის არეში მისი **იმპულსური ან გარდამავალი** მახასიათებლებით, სიხშირულ არეში კი - გადაცემის **სიხშირული კოეფიციენტის** დავალებით.

ორივე მიდგომა ტოლფასია და ერთ-ერთის ამორჩევა ნაკარნახავი იქნება სისტემის საწყისი მონაცემების მიღების მოხერხებულობით და გამოთვლების სიმარტივით.

დასკვნაში ავღნიშნავთ, რომ წრფივი სისტემის სიხშირული თვისებები, m შესასვლელით და n გამოსასვლელით, შესაძლებელია აღიწეროს გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტების მატრიცით

$$K(j\omega)=\begin{pmatrix} K_{11}\ K_{12}\ \ldots\ K_{1m} \\ K_{21}\ K_{22}\ \ldots\ K_{2m} \\ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ . \\ K_{n1}\ K_{n2}\ \ldots\ K_{nm} \end{pmatrix} \tag{1.23}$$

$h(t)$ და $K(j\omega)$ მატრიცებს შორის არსებობს ბმის კანონი იმის ანალოგიურად, რომელიც მოცემულია ფორმულებით (1.21) და (1.22)

2.8. ამპლიტუდურ-სიხშირული და ფაზურ-სიხშირული მახ-ასიათებლები

$K(j\omega)$ ფუნქციას აქვს უბრალო ინტერპრეტაცია: თუ სისტე-მის შესასვლელზე მიეწოდება ჰარმონიული სიგნალი ცნობილი ω სიხშირით და კომპლექსური $\dot{U}_{\text{შეს}}$ ამპლიტუდით, მაშინ გამო-სავალი სიგნალის კომპლექსური ამპლიტუდა

$$\dot{U}_{\text{გამ}} = K(j\omega)\dot{U}_{\text{შეს}} . \qquad (1.24)$$

ხშირათ გამოიყენება გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტის მაჩვენებლიანი ფორმით:

$$K(j\omega) = |K(j\omega)| \exp[j\varphi_K(\omega)]. \qquad (1.25)$$

ორივე შემავალ ნამდვილ ფუნქციებს აქვთ სპეციალური და-სახელება: $|K(j\omega)|$ - სისტემის ამპლიტუდურ-სიხშირული მახა-სიათებელი, $\varphi_K(\omega)$- მისი ფაზურ-სიხშირული მახასიათებელი.

2.9. შეზღუდვები, რომლებიც ეხება გადაცემის სიხშირულ კოეფიციენტს

უმარტივისი შეზღუდვა დაკავშირებულია იმასთან, რომ სის-ტემის იმპულსური მახასიათებელი $h(t)$ აუცილებელია იყოს ნამდვილი. ფურიეს გარდაქმნის თვისებიდან გამომდინარეობს

$$K(j\omega) = K^*(-j\omega) \qquad (1.26)$$

(1.26) ფორმულის შესაბამისად გადაცემის სიხშირული კოე-ფიციენტის მოდული (**ასმ** – ამპლიტუდურ სიხშირული მახ-ასიათებლი ან АЧХ) არის **სიხშირის ლუწი**, ხოლო ფაზური კუთხე (**ფსმ** – ფაზური სიხშირული მახასიათებელი ან **ФЧХ**) – **სიხშირის კენტი** ფუნქცია.

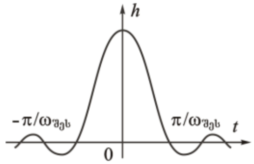
ძნელია უპასუხო კითხვას თუ რანაირი უნდა იყოს გადაცე-მის სიხშირული კოეფიციენტი, რომ შესრულდეს სისტემის ფიზიკური განხორციელების პირობები?

დამტკიცების გარეშე მოგვყავს **პელი-ვინერის** კრიტერიუმი: სისტემის ფიზიკური განხორციელების გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი უნდა იყოს ისეთი, რომ არსებობდეს ინტეგრალი

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln|K(j\omega)||}{1+\omega^2} \cdot d\omega < \infty \qquad (1.27)$$

განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი, რომელიც აილუსტრი-რებს წრფივი სისტემის სიხშირული სიგნალის სიხშირული კო-ეფიციენტის გადაცემის თვისებებს.

მაგალითი 1.5. რაიმე წრფივ სტაციონარულ სისტემას აქვს იდეალური დაბალი სიხშირის ფილტრის (დსფ) თვისება. მაშასადამე მისი გადაცემის სიხშირული კოეფიციენტი მოიცემა ტოლობების სისტემით:



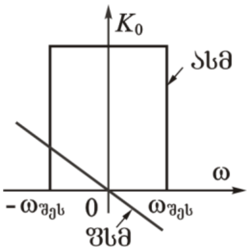
$$K(j\omega)=\begin{cases}0, & \omega<-\omega_{\text{შეს}},\\ K_0, & -\omega_{\text{შეს}}\le\omega\le\omega_{\text{შეს}},\\ 0, & \omega>\omega_{\text{შეს}}.\end{cases}$$

(1.20) გამოსახულების საფუძველზე ასეთი ფილტრის იმპულსური მახასიათებელია

$$h(t)=\frac{K_0}{2\pi}\int_{-\omega_{\text{შეს}}}^{\omega_{\text{შეს}}}e^{j\omega t}\mathrm{d}\omega=\frac{K_0\omega_{\text{შეს}}}{\pi}\cdot\frac{\sin\omega_{\text{შეს}}t}{\omega_{\text{შეს}}t}. \quad (1.28)$$

ამ ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია $t=0$ წერტილის მიმართ და ადასტურებს იმას, რომ დაბალი სიხშირის იდეალური ფილტრი არარეალიზებადია. ეს დასკვნა გამომდინარეობს **პელი-ვინერის** კრიტერიუმიდან. ნამდვილად, (1.27) ინტეგრალი განშლადია ნებისმიერი **ასმ,** რომელიც განულდება სიხშირის ღერძის რაიმე ზღვრულ მონაკვეთზე.

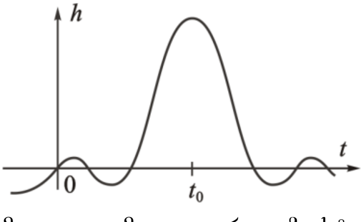
მიუხედავათ დაბალი სიხშირის იდეალური ფილტრის არარეალიზირებადობისა, მოდელი წარმატებით გამოიყენება სიხშირული ფილტრის მიახლოებითი აღწერისათვის. თუ დაუშვებთ, რომ $K(j\omega)$ შეიცავს ფაზურ მამრავლს, წრფივად დამოკიდებულს სიხშირეზე:



$$K(j\omega)=\begin{cases}0, & \omega<-\omega_{\text{შეს}},\\ K_0\exp(-j\omega t_0), & -\omega_{\text{შეს}}\le\omega\le\omega_{\text{შეს}},\\ 0, & \omega>\omega_{\text{შეს}}.\end{cases}$$

ძნელი არ არის დავადგინოთ, რომ იმპულსური მახასიათებელია

$$h(t)=\frac{K_0\omega_{\text{შეს}}}{\pi}\cdot\frac{\sin\omega_{\text{შეს}}(t-t_0)}{\omega_{\text{შეს}}(t-t_0)}. \quad (1.29)$$



t_0 პარამეტრი, მოდულით ტოლია **ფსმ**-ის დახრის კოეფიციენტის და განსაზღვრავს $h(t)$ ფუნქციის მაქსიმუმის დაყოვნებას დროში. ნათელია, რომ მოცემული მოდელი მით უფრო ზუსტად ასახავს რეალიზებული სისტემის თვისებებს, რაც უფრო დიდია t_0-ს მნიშვნელობა.